



Dificultades y Obstáculos en La Resolución de Problemas en un curso de Álgebra, Con  
estudiantes del grado 8° de la Institución Educativa Presbítero Horacio Gómez Gallo del  
Municipio De Jamundí

CARMEN VICTORIA DIAZ GONZALEZ

Universidad Tecnológica de Pereira  
Facultad de Ciencias Básicas  
Maestría en la Enseñanza de las Matemáticas  
Santiago de Cali, Colombia

2018



Dificultades y Obstáculos en La Resolución de Problemas en un curso de Álgebra, Con  
estudiantes del grado 8° de la Institución Educativa Presbítero Horacio Gómez Gallo del

Municipio De Jamundí

CARMEN VICTORIA DIAZ GONZALEZ

Trabajo presentado como requisito para optar al título de:

Magister en Enseñanza de las Matemáticas

Director:

Magister Luis Fernando Plaza Gálvez

Universidad Tecnológica de Pereira

Facultad de Ciencias Básicas

Santiago de Cali

2018

**DEDICATORIA**

A Dios, pues me ilumino en los momentos más difíciles para seguir adelante, a mi maravillosa hermana Alejandra, a mi esposo Hernán, a mis sobrinas Dana y Hannah que llenan de alegría cada uno de mis días, a mi pequeña hija Ariadna que con su llegada me dio fuerzas para seguir adelante.

## **Agradecimientos**

A quien fue el director de esta tesis y también mi maestro, Magister Luis Fernando Plaza Gálvez, por su valiosa asesoría y apoyo permanente y a los docentes que hicieron parte del proceso de formación de esta maestría.

Agradezco a mi hermana Alejandra por acompañarme durante todo el proceso con su cariño, disposición y paciencia. A mis sobrinas Danna y Hanna por darme ese amor incondicional permitiéndome cumplir con mi objetivo.

Agradezco a mi esposo Hernán por acompañarme haciendo del hogar un espacio propio para el desarrollo de este trabajo. Gracias por su apoyo y cariño, a mi amada hija Ariadna por darme esa esperanza e ilusión de una linda espera.

Agradezco a mi prima Erika por su apoyo moral e intelectual y a mi cuñado Javier por estar pendiente del avance en mi proceso de maestría.

A Dios porque sin el nada es posible.

## Resumen

El trabajo que se presenta es un estudio descriptivo que tiene como objetivo identificar las dificultades y obstáculos, que presentan estudiantes de grado 8°, en resolución de problemas de álgebra. Las dificultades se pueden presentar de distinta naturaleza: por la concepción del currículo, la preparación de los estudiantes, la formación del docente, el modo en que el docente organiza y dirige el aprendizaje, la forma en que los estudiantes resuelven problemas entre otras. En ese orden de ideas, es preciso orientar modelos para la resolución de problemas, fundados en las investigaciones realizadas, para el caso de esta investigación se toman como referentes entre otros a George Pólya, Alan Schoenfeld, Luz Manuel Santos Trigo, orientaciones del currículo colombiano en cuanto a resolución de problemas en álgebra y diversas experiencias exhibidas por diferentes investigadores expuestas en las Alme (Acta Latinoamericana de Matemática Educativa). La propuesta servirá de apoyo para los docentes de matemáticas de bachillerato y para que los estudiantes puedan resolver problemas algebraicos de manera racional y orientada superando los obstáculos presentes en cuanto a resolución de problemas.

## **Abstract**

The work presented is a descriptive study that aims to identify the difficulties and obstacles, presented by 8th grade students, in solving algebra problems. The difficulties can be presented in a different way: by the conception of the curriculum, the preparation of the students, the teacher's training, the way in which the teacher organizes and directs the learning, the way in which the students solve problems among others. In this order of ideas, it is necessary to orient models for the resolution of problems, based on the researches carried out, for the case of this research, George Pólya, Alan Schoenfeld, Luz Manuel Santos Trigo, guidelines of the Colombian curriculum are taken as reference. Problem solving in algebra and diverse experiences exhibited by different researchers exposed in the Alme (Latin American Act of Educational Mathematics). The proposal will support high school mathematics teachers and enable students to solve algebraic problems in a rational and targeted way, overcoming the obstacles in solving problems.

## Tabla de contenido

INTRODUCCIÓN .....	xi
Capítulo 1. Descripción del problema .....	1
1.1 Planteamiento del problema.....	1
1.2 Formulación del problema .....	1
1.3 Objetivos .....	2
1.3.1 Objetivo general.....	2
1.3.2 Objetivos específicos .....	2
1.4 Justificación .....	3
1.5 Metodología .....	4
Capítulo 2. Análisis de diferentes teorías sobre identificación de obstáculos y resolución de problemas matemáticos.....	6
2.1 Obstáculos y dificultades en la resolución de problemas .....	6
2.2 Resolución de problemas .....	9
2.3 Álgebra.....	11
2.4 Transición aritmética álgebra.....	13
2.5 Números reales.....	14
2.6 Estándares de matemáticas grado 8° .....	14

2.7 Metodologías de resolución de problemas.....	16
2.8 La metodología de Alan Schoenfeld.....	17
Capítulo 3 Diseño e implementación de estrategias didácticas con base en la propuesta de Alan Schoenfeld.....	21
3.1 Tipo de investigación.....	21
3.2 Población.....	21
3.3 Análisis Preliminar.....	22
3.4 Metodología aplicada a las actividades.....	22
Capítulo 4. Análisis de resultados.....	23
4.1 Análisis de la fase No. 1, caracterización .....	23
4.2 Análisis de la fase No 2, delimitación del problema de estudio .....	24
4.3 Análisis de la fase No. 3. Aplicación del método de Schoenfeld .....	41
4.4 Análisis de la fase 2 No 4 Evaluación .....	49
Capítulo 5 Conclusiones .....	51
5.1 Conclusiones .....	51
5.2 Recomendaciones .....	53
BIBLIOGRAFÍA: .....	54
ANEXOS .....	58



## Índice de figuras

Figura 1. Problema resuelto por Schoenfeld.....	15
Figura 2. Distribución de estudiantes del grado 8°, según el género.....	25
Figura 3. Distribución de los estudiantes del grado 8 B, según la edad. ....	25
Figura 4. Solución errónea del problema 1.....	29
Figura 5. Procedimiento incorrecto problema No. 1.....	29
Figura 6. Resultados de las respuestas de la pregunta 1. ....	30
Figura 7. Solución errónea del problema 2. ....	31
Figura 8. Resultados de las respuestas de la Pregunta 2. ....	31
Figura 9. Solución errónea parte a del problema No. 3. ....	32
Figura 10. Resultados de las respuestas de la pregunta 3. ....	33
Figura 11. Tipo de solución errónea del problema 4. ....	34
Figura 12. Resultados de las respuestas de la pregunta 4. ....	35
Figura 13. Resultados de las respuestas de la pregunta 5. ....	36
Figura 14. Resultados de las respuestas de la pregunta 6. ....	37
Figura 15. Obstáculos que se presentan con mayor frecuencia. ....	39
Figura 16. Análisis comparativo P1 Test-1 y P2 Test-2. ....	47
Figura 17. Análisis comparativo P3 Test-1 y P2 Test-2. ....	47
Figura 18. Análisis comparativo P6 Test-1 y P3 Test-2. ....	48

## Índice de Tablas

Tabla 1. Estándares Básicos de Matemática de Octavo a Noveno .....	15
Tabla 2. Situaciones problema Test- 1 .....	25
Tabla 3. Resultado General prueba diagnóstica Test-1 .....	26
Tabla 4. Convenciones de la tabla No.3 .....	27
Tabla 5. Obstáculos identificados .....	28
Tabla 6. Obstáculos asociados a la resolución del problema No 1 .....	30
Tabla 7. Obstáculos asociados a la resolución del problema 2 .....	32
Tabla 8. Obstáculos asociados a la resolución del problema No. 3 .....	33
Tabla 9. Obstáculos asociados a la resolución del problema No 4 .....	35
Tabla 10. Obstáculos asociados a la resolución del problema No. 5 .....	36
Tabla 11. Obstáculos asociados a la resolución del problema No. 6 .....	38
Tabla 12. Convenciones obstáculos de mayor frecuencia .....	39
Tabla 13. Estudiantes con mayores dificultades en el Test- 1 .....	40
Tabla 14. Método de Alan Schoenfeld. ....	41
Tabla 15. Situación problema, Test- 2 .....	43
Tabla 16. Respuestas situaciones problemas Test-2 .....	43
Tabla 17. Preguntas comparadas para el análisis .....	44
Tabla 18. Análisis progreso entre el Test-1 y Test-2 .....	45
Tabla 19. Convenciones Tabla 18 .....	46
Tabla 20. Interpretación de resultados de la Tabla 18. ....	46
Tabla 21. Rubrica .....	49

## **Introducción**

Para explicar la importancia que tiene la resolución de problemas en la enseñanza de la matemática, teniendo en cuenta la problemática de la educación y en particular el proceso de desarrollo de competencias, más allá del uso de procedimientos rígidos para resolver problemas concretos, se busca identificar obstáculos existentes en un grupo del grado 8° de la Institución Educativa Presbítero Horacio Gómez Gallo, para resolver problemas que tengan que ser modelados a través del álgebra. Por lo cual se hace un análisis de los fundamentos del método de Schoenfeld (1985), para resolver problemas. Se busca desarrollar competencias en los estudiantes que les permitan utilizar sus conocimientos y habilidades de manera asertiva. Se proponen situaciones que llevan al estudiante a la reflexión y por ende comprensión de cada situación planteada.

Se analizan las pretensiones del currículo Nacional que propone la resolución de problemas como una estrategia básica que facilita el aprendizaje de la matemática, por ser este uno de los temas más relevantes en la educación y la vida diaria, porque exige que los estudiantes se adapten continuamente a situaciones variadas y por ende se deben tener en cuenta los fundamentos que justifican sus alcances.

En este sentido, se puede afirmar que la resolución de problemas ayuda al estudiante a estimular su capacidad de crear, proponer y analizar situaciones para luego buscar la forma de solución. Se analizan fundamentos, justificaciones y alcances de las perspectivas asociadas al tema. Se realiza la contextualización y descripción general del grupo beneficiario, es decir un grupo de 8° de la Institución Educativa presbítero Horacio Gómez Gallo.

En la primera parte se presentan los fundamentos teóricos y conceptos que respaldan varias teorías acerca de solución de problemas, para el caso se hace mayor énfasis en la teoría de

resolución de problemas de Schoenfeld (1985), posteriormente se presentan los resultados obtenidos por el grupo ante cada una de las variables asociadas a las dificultades y obstáculos para resolución de problemas, se realiza el análisis de los resultados de manera grupal en individual y por último se presentan las conclusiones y recomendaciones.

## **Capítulo 1. Descripción del problema**

### **1.1 Planteamiento del problema**

Los conocimientos académicos en el área de matemática presentan serias dificultades para ser llevados a la práctica, y existe un acuerdo con respecto a la idea de que el objetivo principal de la educación matemática debe ser que los estudiantes aprendan a resolver problemas. Sin embargo la mayor parte de los problemas que se presentan en clase, buscan aplicar contenidos que han sido estudiados en una estrategia didáctica de la clase, pero no enfrentan a los estudiantes a situaciones que realmente hagan parte de su vida diaria en las cuales deban aplicar los conocimientos matemáticos. Los estudiantes de la Institución Educativa Presbítero Horacio Gómez Gallo presentan serias dificultades cuando deben utilizar lenguaje algebraico en el planteamiento y resolución de problemas, por lo que se requieren identificar cuáles son esas dificultades y obstáculos, para aplicar estrategias que permitan optimizar los resultados en el área de matemáticas y hacer visible para ellos métodos que les permitan resolverlos.

### **1.2 Formulación del problema**

En consecuencia, el eje de esta investigación se centra en la pregunta ¿Qué dificultades y obstáculos se presentan en la resolución de problemas en un curso de Álgebra, con estudiantes de grado 8° de la Institución Educativa Presbítero Horacio Gómez Gallo del municipio de Jamundí?

### **1.3 Objetivos**

#### **1.3.1 Objetivo general**

- Reducir algunas dificultades y obstáculos presentes en la resolución de problemas en un curso de álgebra, con estudiantes de grado 8° de la Institución Educativa Presbítero Horacio Gómez Gallo.

#### **1.3.2 Objetivos específicos**

- Analizar diferentes teorías sobre identificación de obstáculos y resolución de problemas matemáticos.
- Identificar y caracterizar el nivel de resolución de problemas de los estudiantes de la Institución Educativa Presbítero Horacio Gómez Gallo.
- Aplicar el método de Alan Schoenfeld, para facilitar la resolución de problemas en el álgebra de los estudiantes de la Institución Educativa Presbítero Horacio Gómez Gallo.
- Evaluar por medio del método de Alan Schoenfeld la reducción de obstáculos presentes en la resolución de problemas de álgebra de los estudiantes de la Institución Educativa Presbítero Horacio Gómez Gallo.

## 1.4 Justificación

Es frecuente observar que la mayoría de los estudiantes sienten apatía por el área de matemáticas. Muchas de las estrategias que realizan los docentes de matemáticas para generar en sus estudiantes habilidades y competencias en el tema de resolución de problemas, no alcanzan a lograr su objetivo. De igual forma, las pruebas de estado están enfrentando al estudiante continuamente a una realidad enfocada en el análisis de situaciones problemas de la vida cotidiana, que ya sea en el área de matemática u otra área permiten evidenciar las competencias desarrolladas por los estudiantes en determinado nivel educativo. No se enseña al estudiante a resolver problemas, por lo general se enseña a resolver operaciones que no permiten llegar a un análisis consiente de la situación.

Por lo anterior, la presente investigación pretende presentar el método de Schoenfeld (1985), para resolver problemas matemáticos, por parte de los estudiantes del grado 8° de la Institución Educativa Presbítero Horacio Gómez Gallo, de tal manera que estos logren desarrollar competencias y habilidades que les permitan aportar en los procesos de aprendizaje de la matemática. Con el desarrollo de esta investigación el docente tendrá la posibilidad de generar procesos de enseñanza encaminados hacia una experiencia significativa, con el fin de favorecer el desarrollo y aplicación de métodos orientados a la resolución de problemas y a su vez reducir los obstáculos y dificultades encontrados para el caso.

## 1.5 Metodología

El presente estudio se realiza en un grupo del grado 8° de la Institución Educativa Presbítero Horacio Gómez Gallo, ubicada en el corregimiento de Robles, zona rural plana del municipio de Jamundí en el Departamento del Valle del Cauca, por ser zona rural de la categoría difícil acceso presenta en su gran mayoría estudiantes de estrato 1, de etnia afrodescendiente, considerados población vulnerable por lo cual no se cuenta con recursos económicos ni tecnológicos, para apoyar el desempeño académico de los estudiantes. En la institución hay dos grados 8°, la presente investigación se aplica al grado 8°B que consta de 22 estudiantes de los cuales 17 son mujeres y 5 son hombres, en edades entre los 13 y 16 años, de los cuales la gran mayoría proviene de hogares humildes, padres agricultores, abuelas al cuidado de los niños, madres solteras que en algunos casos no tienen el título de bachiller.

Con la finalidad de identificar las dificultades y obstáculos que tienen los estudiantes del grado 8° de la Institución Educativa Presbítero Horacio Gómez Gallo, para resolución de problemas matemáticos que tengan que ser modelados por medio del álgebra, se desarrolla esta investigación con 4 fases que se describen a continuación:

- Fase 1: Llamada caracterización en la cual se analizan diferentes teorías sobre identificación de obstáculos y resolución de problemas matemáticos, se hace una revisión bibliografía sobre metodologías para resolución de problemas y sobre teoría de obstáculos matemáticos.
- Fase 2: Llamada delimitación del problema de estudio, en la cual se identifica y caracteriza el nivel de resolución de problemas de los estudiantes del grado 8° de la Institución Educativa Presbítero Horacio Gómez Gallo, se aplica el Test-1 de resolución de problemas, para de igual forma identificar los obstáculos que presentan.



- Fase 3: Llamada aplicación del método de Schoenfeld (1985), para facilitar la resolución de problemas de álgebra en los estudiantes del grado 8° de la Institución Educativa Presbítero Horacio Gómez Gallo, se diseñan estrategias para que los estudiantes puedan usar el método de Alan Schoenfeld, en la resolución de problemas de álgebra y se aplica un Test-2 de resolución de problemas del tipo aritmético y algebraico, con el fin de evaluar el impacto.
- Fase 4: Llamada evaluación, en la cual se pretende conocer el impacto del Test-2, a través de una ficha de observación que sirve como instrumento para tomar registro de los procesos llevados a cabo por los estudiantes.

Teniendo en cuenta que esta investigación tiene como finalidad identificar las dificultades y obstáculos que presentan los estudiantes del grado 8° de la Institución Educativa Presbítero Horacio Gómez Gallo, en la resolución de problemas matemáticos que pueden ser modelados a través del álgebra, se hace necesario proporcionar espacios para que puedan potenciar sus habilidades, para reflexionar sobre sus errores y debilidades esta investigación se considera de tipo cualitativo descriptivo.

Se espera que con la implementación de la estrategia didáctica sobre el aprendizaje del método de Schoenfeld (1985), para resolución de problemas, los estudiantes superen algunos obstáculos y dificultades y se mejore el nivel académico de los mismos en el área de matemática.

## **Capítulo 2. Análisis de diferentes teorías sobre identificación de obstáculos y resolución de problemas matemáticos**

### **2.1 Obstáculos y dificultades en la resolución de problemas**

Los niños y jóvenes muestran serias dificultades en la resolución de problemas matemáticos y en general en la construcción de conceptos científicos, el filósofo francés Gastón Bachelard (1938), para presentar los elementos psicológicos que dificultan el aprendizaje, hace un gran aporte en la cual describe una serie de obstáculos presentes en el proceso de formación de conceptos. En su trabajo afirma que el fracaso y el error no es producto solamente de la ignorancia o del azar sino de conocimientos previos inadaptados, por lo cual es importante que el docente observe, comprenda las ideas, la forma de razonar de los estudiantes cuando se enfrentan a problemas matemáticos y los métodos que utilizan. Por tanto, concluye que los conceptos no son pertinentes si el estudiante no desarrolla previamente un esquema conceptual.

La teoría de obstáculos de Bachelard (1938), es retomada por Brousseau (1983), quien la redefine en términos de teoría de situaciones didácticas, la cual plantea que solo se adquiere conocimiento cuando hay una situación problema de por medio. Define los obstáculos como dificultades que al no poder ser superadas impiden avanzar en nuevos conocimientos. A su vez clasifica los obstáculos en diferentes categorías:

- **Ontogenéticos:** se refieren a condiciones genéticas en especial, no pueden evitarse.
- **Epistemológicos:** hacen parte del proceso de aprendizaje, deben evitarse y enfrentarse por la importancia que tienen para la adquisición de nuevos conocimientos.
- **Didácticos:** nacen en los procesos de enseñanza por tanto se pueden evitar. Y están divididos en errores metodológicos, errores curriculares y errores conceptuales.

Teniendo en cuenta el objetivo de esta investigación, se pretende diferenciar las dificultades que tiene el aprendizaje del álgebra, con énfasis en la construcción del concepto algebraico y la resolución de problemas que lo requieran. Se han diseñado diferentes métodos por parte de varios autores encaminados hacer más fácil la transición de la aritmética al álgebra.

De esta forma es conveniente citar a Kieran. C. (1998), quien afirma que la generalización, la formalización de patrones y las regularidades en resolución de problemas matemáticos junto con el empleo de símbolos, forman una de las áreas en las cuales más se identifican errores en matemáticas. Siendo así, aparecen numerosos aportes que han contribuido a la realización de cambios en el currículo como es el caso de Socas (1997), quien describe cinco categorías para establecer de donde proceden las dificultades en resolución de problemas como se muestra a continuación:

1. Complejidad de los objetos matemáticos
2. Procesos de pensamiento matemático.
3. Procesos de enseñanza desarrollados
4. Proceso de desarrollo cognitivo de los alumnos
5. Actitudes afectivas y emocionales hacia las matemáticas

De igual forma, Astolfi (2003), propone otras tipologías de errores que comenten los estudiantes a la hora de resolver problemas, según la naturaleza de diagnóstico como se muestra a continuación:

- Comprensión de Instrucciones: Es un error común, pues el estudiante no comprende las instrucciones dadas en clase, porque los términos que se emplean para introducir los problemas no son claros.
- Las costumbres: Hay errores que provienen de costumbres escolares, es decir una

mala interpretación de las expectativas, del alumno y esto hace parte esencial de la actividad cotidiana de la clase.

- Errores que se relacionan con la parte intelectual, que pueden estar disponibles o no en el estudiante y que el docente asume que es natural que lo sepa.
- Errores en los procedimientos empleados por los estudiantes que en muchas ocasiones confunde al docente por no usar el camino estándar, sin llegar a conocer cuál era la verdadera intención del estudiante y el porqué de la escogencia de ese camino.

Hernández y Moreno (2001), hablan de las dificultades que se consideran significativas en el desarrollo de habilidades para la matemática y expresan que estas dificultades no necesariamente tienen que ver con la salud mental que más bien se asocian a factores socioeconómicos, políticos y culturales. Para Socas (1997), las dificultades no tienen que ver solamente con estudiantes más o menos hábiles, porque todos los estudiantes tienen dificultades con las matemáticas alguna vez, por tanto, las clasifica en cinco categorías: complejidad de los objetos, procesos de pensamiento, procesos de enseñanza, procesos de cognición y dificultades asociadas a la actitud.

Con relación a lo anterior García (1998), clasifica por áreas las dificultades tales como: atención selectiva el estudiante se motiva solo por ciertas actividades, impulsividad los estudiantes actúan sin pensar en las consecuencias y por último la inconsistencia.

Por lo tanto, el docente debe idear estrategias metodológicas que permitan minimizar las consecuencias. Y para resolución de problemas algebraicos, el docente debe ser un mediador crucial ya que los problemas propuestos presentan datos que pueden ser omitidos por los estudiantes que tengan las dificultades antes mencionadas.

Para Villalobos (2008), la resolución de problemas hace énfasis en procesos de pensamiento y análisis, hace que el estudiante vaya más allá de la resolución de algoritmos pretende, promover la autonomía y el reconocimiento de varias soluciones y uso de los conocimientos previos

## **2.2 Resolución de problemas**

Las situaciones problemas hacen parte del diario de vida de las personas, los estudiantes deben enfrentarse a ellas constantemente, es una preocupación general de varios investigadores a nivel mundial, entre los cuales es importante destacar a Pólya (1965), quien fue un matemático húngaro, con gran influencia dentro del contexto de enseñanza de la matemática, preocupado por la caracterización de métodos generales usados por las personas para proponer problemas, así como para buscar la modo de aprender a solucionarlos, lo manifiesta con su obra “*Como plantear y resolver problemas*”, obra en la cual describe un método de cuatro pasos para resolverlos:

1. Comprender el problema
2. Crear un plan
3. Ponerlo en práctica
4. Examinar la solución

Es importante enfatizar que el trabajo realizado por Pólya (1965), tiene gran trascendencia, esta radica en la importancia de resolver problemas para construir conocimiento matemático.

De igual modo Schoenfeld (1985), matemático norteamericano, retoma el trabajo realizado por Pólya destacando en su obra, su propio método para resolver problemas. El cual consiste en la categoría de recursos; es decir los conocimientos previos, las heurísticas; en este aspecto difiere con Pólya (1965), para el cual las heurísticas son generales, mientras Schoenfeld (1985), considera

que cada problema requiere ciertas heurísticas en particular. Luego habla del control; el estudiante debe tener control del trabajo que está realizando, por último, el sistema de creencias; que influye tanto en estudiantes como en docentes con respecto a la forma en que se enfrentan a una situación problema. Para el caso de esta investigación se tendrá en cuenta el método desarrollado por Schoenfeld (1985).

Es pertinente citar al físico matemático Santos (2007), mexicano quien en su obra “*La Resolución de Problemas Matemáticos, fundamentos cognitivos*”, se apoya en el método de Alan Schoenfeld, para describir la importancia de la resolución de problemas en el desarrollo de conocimiento matemático.

La resolución de problemas efectiva es una característica de la educación de alto nivel, la didáctica de la matemática centra su interés en ello. Y es desde la didáctica donde se plantea la diferencia entre un ejercicio y una situación problema (Gil y Martínez -Torregrosa, 1983) menciona que el ejercicio presenta una característica particular y es que la persona conoce desde el principio como debe ser resuelto, mientras la situación problema no.

En el proceso de resolver un problema de estructura matemática existen tres niveles según Hegarty, Mayer y Monk (1995), en los cuales se diferencian obstáculos para los estudiantes:

Primero: Comprender el problema requiere que se comprenda la situación descrita en el enunciado teniendo en cuenta las relaciones existentes entre las variables y sus atributos. El conocimiento del mundo que rodea el estudiante debe servir para recrear la situación en un esquema conocido.

Segundo: Traducir la situación dada del lenguaje natural al lenguaje matemático.

Tercero: Manejar herramientas matemática, aplicar los conocimientos matemáticos

necesarios para llegar al resultado.

### 2.3 Álgebra

Según Esquinas (2009), para que los estudiantes avancen en sus conocimientos matemáticos se hace necesario utilizar el álgebra como una herramienta imprescindible, no obstante aprender álgebra implica conflictos entre los estudiantes por tener que verse enfrentado a un lenguaje distinto con reglas que los puedan confundir. Las principales dificultades que se presentan en bachillerato cuando se da el paso de la aritmética al álgebra. Según Muñoz y Ríos (2008), estas dificultades son más fuertes en el tema de resolución de problemas, porque se requiere un análisis mayor y no solo la reproducción de un proceso mecánico como es el caso de los ejercicios.

La resolución de problemas algebraicos, acerca el álgebra al contexto vista desde la perspectiva del educador, según Sinitsky (2003), motivar la curiosidad introduce al estudiante en la modelación matemática.

Actualmente se concibe la enseñanza y aprendizaje del álgebra en la escuela por niveles educativos previos a la educación universitaria, concepción que ha generado tantos problemas en el aprendizaje de las matemáticas avanzadas de secundaria y en la universidad. Por tanto, se hace necesario analizar cómo se está desarrollando el álgebra en la educación actual, como se plantea a través de los lineamientos curriculares, que son una propuesta realizada por un grupo de docentes en el área de matemáticas, expertos en pedagogía, con el único objetivo de definir los enfoques que debe tener la enseñanza de la matemática en el país, están organizados en el currículo a partir de tres grandes categorías:

- Procesos generales; razonamiento, resolución y planteamiento de problemas, comunicación, modelación, comparación y ejercitación de procedimientos.
- Conocimientos básicos hace referencia a conceptos específicos que desarrollan el pensamiento matemático: pensamiento numérico, sistemas numéricos, pensamiento espacial, pensamiento métrico, sistemas de medida, pensamiento aleatorio, sistemas de datos, pensamiento variacional y los sistemas algebraicos y analíticos.
- El contexto es decir los ambientes que rodean al estudiante.

En el ámbito internacional es importante mencionar las NTCM (National Teachers Council of Math), Consejo nacional de profesores de matemática, que con sus normas apuntan a mejorar el aprendizaje de las matemáticas en los Estados Unidos y Canadá. Las NTCM se han convertido en una herramienta importante en la enseñanza de las Matemáticas, en la formación de los principios y estándares de la educación primaria, secundaria, media y últimamente en la orientación del estudiante para llegar con éxito a la educación superior.

En relación con lo anterior resulta pertinente mencionar, que la resolución de problemas algebraicos tiene mayor dificultad según los estudiantes, al no poder diferenciar entre problema y ejercicio. La didáctica de las ciencias se ha interesado por dar luces a esta diferencia advirtiendo el ejercicio como un planteamiento en el cual el sujeto conoce desde el inicio como puede ser resuelto, mientras el problema no, según Jiménez (1998), quien plantea una diferenciación entre los problemas auténticos, complejos y con conexión con la vida real, destaca de estos la capacidad para generar cultura científica.



A su vez se hace necesario plantearse la resolución de problemas a través de estrategias de transferencia las cuales permiten que el estudiante resuelva y explique problemas análogos a los ejemplos dados por el profesor. Los profesores por lo general proponen relaciones analógicas entre los problemas que resuelven y los problemas que proponen, son realizables para ellos y piensan que el fracaso obedece a la falta de dominio de los procedimientos matemáticos utilizados en la solución. Estudios sobre problemas de transferencia muestran que la dificultad o fracaso en la resolución depende de la construcción del modelo de la situación planteada.

Cardona (2007), afirma que la resolución de problemas despierta la curiosidad del estudiante, iniciándolo en la modelación matemática. Para concluir Bednarz y Guzmán (2000), añade que de la vivencia en el aula depende que la resolución de problemas algebraicos sea vista como una de las áreas con mayor dificultad para los educandos.

## **2.4 Transición aritmética álgebra**

La transición aritmética al álgebra es sin duda uno de los principales obstáculos que presenta la enseñanza de la matemática en bachillerato, porque supone un paso de ideas complejas a ideas abstractas.

Según Socas (1997), un error debe considerarse como la presencia de un esquema cognitivo que no es usado de forma adecuada y no como la consecuencia de la falta del conocimiento o la distracción del estudiante. Cuando se está aprendiendo álgebra es muy común cometer errores, como bien señala Esquinas (2009), el nivel de abstracción al que se enfrenta el estudiante es mucho mayor, además aparecen una serie de símbolos que para ellos es inoperable. Pasar de aritmética a álgebra supone ir más allá del aprendizaje de reglas para resolver operaciones, implica más bien comprender el significado de los símbolos que son ahora nuevos para ellos.

## **2.5 Números reales**

En el aprendizaje de los números reales se presentan dificultades, que traen consigo el aprendizaje de las matemáticas en secundaria, por lo tanto, se retoma el trabajo realizado por Brousseau (1986), en su teoría de obstáculos. Para el caso de los números reales en Herrera (2010), se describe una investigación sobre obstáculos, dificultades y errores en el aprendizaje de los números irracionales, los conflictos cognitivos que se encuentran en el aprendizaje del conjunto de números reales.

## **2.6 Estándares de matemáticas grado 8°**

El desarrollo tecnológico y científico de los últimos años ha generado cambios importantes que obligan a replantear el proceso educativo. De ahí se desprende la pertinencia que tiene la educación por competencias en la actualidad. Las competencias permiten crear mayores destrezas en los estudiantes para participar en la actividad productiva.

La educación basada en competencias hace énfasis en el desarrollo de habilidades, conocimientos, y actitudes que permiten que el estudiante ingrese adecuadamente en la estructura laboral. Para el caso se hace necesario definir los estándares de competencias que son los criterios claros, que propone el Ministerio de Educación, para identificar si el estudiante cumple con las expectativas de calidad planteadas. Para alcanzar los estándares de matemáticas no se enfatiza en contenidos que se deben enseñar sino en competencias que se deben desarrollar.

Por lo tanto, para la organización de los estándares se considera principalmente los cinco tipos de pensamiento matemático; pensamiento numérico y sistemas numéricos, pensamiento espacial y sistemas geométricos, pensamiento métrico y sistemas de medidas, pensamiento aleatorio y sistemas de datos y por último pensamiento variacional y sistemas algebraicos y

analíticos. Aun así, consideran imprescindibles tres aspectos que potencian el aprendizaje de la matemática: planteamiento y resolución de problemas, razonamiento matemático (formulación, argumentación, demostración) y comunicación matemática la que permite la consolidación de la manera de pensar (coherente, clara y precisa) como se muestra en la tabla No. 1.

Tabla 1. Estándares Básicos de Matemática de Octavo a Noveno

<b>PENSAMIENTO NUMÉRICO Y SISTEMAS NUMÉRICOS</b>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• Resuelvo problemas y simplifico cálculos usando propiedades y relaciones de los números reales y de las relaciones y operaciones entre ellos. Utilizo números reales en sus diferentes representaciones y en diversos contextos.</li> <li>• Identifico y utilizo la potenciación, la radicación y la logaritmación para representar situaciones matemáticas y no matemáticas y para resolver problemas.</li> </ul>
<b>PENSAMIENTO ESPACIAL Y SISTEMAS GEOMÉTRICOS</b>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• Aplico y justifico criterios de congruencias y semejanza entre triángulos en la resolución y formulación de problemas.</li> <li>• Uso representaciones geométricas para resolver y formular problemas en las matemáticas y en otras disciplinas.</li> </ul>
<b>PENSAMIENTO MÉTRICO Y SISTEMAS DE MEDIDAS</b>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• Selecciono y uso técnicas e instrumentos para medir longitudes, áreas de superficies, volúmenes y ángulos con niveles de precisión apropiados.</li> <li>• Justifico la pertinencia de utilizar unidades de medida estandarizadas en situaciones tomadas de distintas ciencias.</li> </ul>
<b>PENSAMIENTO ALEATORIO Y SISTEMAS DE DATOS</b>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• Reconozco cómo diferentes maneras de presentación de información pueden originar distintas interpretaciones.</li> <li>• Interpreto analítica y críticamente información estadística proveniente de diversas fuentes (prensa, revistas, televisión, experimentos, consultas, entrevistas).</li> <li>• Selecciono y uso algunos métodos estadísticos adecuados al tipo de problema, de información y al nivel de la escala en la que esta se representa (nominal, ordinal, de intervalo o de razón).</li> <li>• Resuelvo y formulo problemas seleccionando información relevante en conjuntos de datos provenientes de fuentes diversas. (prensa, revistas, televisión, experimentos, consultas, entrevistas).</li> <li>• Reconozco tendencias que se presentan en conjuntos de variables relacionadas.</li> </ul>
<b>PENSAMIENTO VARIACIONAL Y SISTEMAS ÁLGEBRAICOS Y ANALÍTICOS</b>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• Construyo expresiones algebraicas equivalentes a una expresión algebraica dada.</li> <li>• Uso procesos inductivos y lenguaje algebraico para formular y poner a prueba conjeturas.</li> <li>• Modelo situaciones de variación con funciones polinómicas.</li> <li>• Identifico diferentes métodos para solucionar sistemas de ecuaciones lineales.</li> <li>• Analizo los procesos infinitos que subyacen en las notaciones decimales.</li> <li>• Identifico la relación entre los cambios en los parámetros de la representación algebraica de una familia de funciones y los cambios en las gráficas que las representan.</li> <li>• Analizo en representaciones gráficas cartesianas los comportamientos de cambio de funciones específicas pertenecientes a familias de funciones polinómicas, racionales, exponenciales y logarítmicas.</li> </ul>

Fuente: Ministerio de Educación Nacional (2006)

## 2.7 Metodologías de resolución de problemas

La base del desarrollo del pensamiento matemático es la resolución de problemas, por esta razón ha sido tema de investigación para varios autores que han hecho valiosos aportes y han trabajado en diferentes metodologías, que ayudan a solucionarlos, como se presenta a continuación:

Santos (2007) en su obra, menciona la relación que hay entre la resolución de problemas con el uso y desarrollo de habilidades que permiten a las personas acceder a sus recursos, establece la importancia de las ideas conocidas, el conocer los conceptos de hechos específicos en general saber qué hacer, de igual forma toma en cuenta las estrategias generales y específica que utiliza el estudiante a la hora de enfrentar una situación problema por tanto toma en cuenta el ¿cómo hacerlo?. Se apoya en las ideas de Pólya (1965), para tomar diferentes elementos que dan pie a reflexionar sobre el aprendizaje de las matemáticas.

Pozo y Postigo (1994), trabajaron una metodología que consta de cinco pasos:

1. Adquisición de la información (actividades que realiza el estudiante para buscar la información necesaria para plantear el problema).
2. Interpretación (Traducir la información en un lenguaje con que el estudiante se familiarice).
3. Análisis de la información: Consiste en inferir un razonamiento que lo lleve a la solución, a partir de la extracción de conocimientos.
4. Comprensión y organización conceptual: Organizar y comprender la información que se tiene.
5. Comunicación de la información: Comunicar los resultados obtenidos.

Pólya (1965), quien es considerado pionero en el estudio de resolución de problemas del cual se conocen cuatro pasos cuyas características se describieron en otro apartado:

1. Comprender el problema
2. Concebir un plan
3. Ejecutar el plan
4. Examinar la solución.

Siegler (1994), para solucionar problemas tienen en cuenta los siguientes elementos:

- Planificación: Evita errores y exige conocimiento por parte del estudiante.
- Inferencia casual: Los esfuerzos que realiza el niño para comprender el problema.
- La analogía: Es comparar el problema con otro que conocen mejor.
- Uso de instrumentos: Entendiendo por instrumentos el lenguaje hablado, escrito y las matemáticas, por ejemplo, al utilizar instrumentos para medir si logran hacerlo correctamente se facilita la tarea de lo contrario se crean dificultades.
- La deducción lógica: Se refiere a la clasificación jerárquica o inferencia transitiva.

## **2.8 La metodología de Alan Schoenfeld**

Schoenfeld (1985), estudio las dificultades que presentan los estudiantes al enfrentarse a problemas de matemáticas, quiso orientar su investigación de tal forma que los estudiantes aprendieran a pensar matemáticamente involucrando según él un conocimiento amplio de la materia, es decir, la flexibilidad, dominio de recursos dentro de la disciplina matemática, el comprender y aceptar las reglas del juego. Para la realización de este estudio, Schoenfeld (1985),

analizó casos diferentes observando cada estudiante que dificultad presentaba cuando se enfrentaba a determinado problema, esto lo hizo siguiendo el modelo de Pólya (1965), obteniendo entre sus conclusiones que los estudiantes no resuelven todos los problemas de manera lineal por tanto creó su propio método de resolución de problemas.

Schoenfeld (1985), retomó algunos aspectos importantes de Pólya (1965), entre estos las heurísticas para todo tipo de problema el cual requiere de heurísticas particulares y además de las heurísticas hay que retomar otros factores como:

Recursos: son los primeros en ser mencionados por Schoenfeld porque sin recursos los estudiantes no podrían llegar a la solución del problema, no funcionaría nada sin no se tienen en cuenta las herramientas necesarias.

Control: es muy importante que el estudiante tenga el control de su trabajo, por ejemplo, cuando está resolviendo un problema el estudiante debe ser capaz de analizar los diferentes caminos y determinar si está haciendo lo correcto o no.

Sistemas de creencias: Par este caso se tiene muy en cuenta las actitudes que se toman ante la resolución de problemas y puede hacer que el estudiante continúe o cese el intento de resolver alguna situación planteada.

Problemas trabajados por Schoenfeld:

Schoenfeld realizó su estudio basado en los recursos, heurísticas, control y sistemas de creencias por lo cual planteó problemas en los cuales identifico dificultades en cada uno de los aspectos anteriormente nombrados. Es importante examinar algunos de los problemas tratados en su estudio:

“Usando la letra S para representar el número de estudiantes (en esta universidad) y la letra P para representar el número de profesores, escribe una ecuación que resuma la siguiente oración: "Hay seis veces más estudiantes que profesores en esta universidad".

En la experiencia realizada por Schoenfeld (1985), con estudiantes de los primeros años de ingeniería en la Universidad de Massachusetts se obtuvo un porcentaje de error del 37%, donde todos plantearon el problema de la forma  $P=6S$ , mientras los estudiantes que no estudiaban carreras relacionadas con matemáticas fueron de un 50%, el porcentaje de error para el autor era evidente que la respuesta al problema es  $S=6P$ , pero los estudiantes no lograron resolverlo correctamente. Por lo anterior, sugiere hacer una traducción directa de palabras en símbolos y lo plantea de la siguiente manera en la figura No. 1.

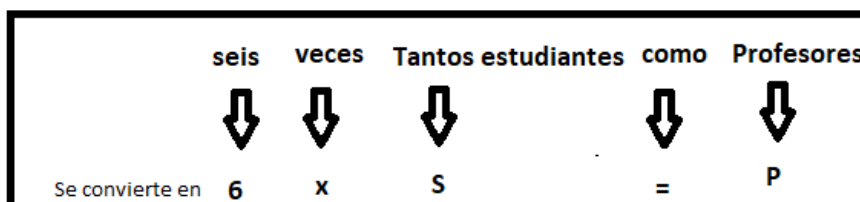


Figura 1. Problema resuelto por Schoenfeld. Fuente: Schoenfeld (1965)

Cuando se habla de traducir literalmente el problema es importante conocer el significado (la semántica) de los términos implícitos en el problema, de lo contrario se corre el riesgo de cometer los errores propios de la escuela primaria en la cual para resolver problemas verbales se utiliza el método llamado “palabra clave”, que es más sintáctico que semántico por lo tanto ocurren errores como los que se plantean en la siguiente situación problema:

John tiene cinco manzanas y le da tres a Mary. ¿Cuántas manzanas le quedan a John?

Según el autor para resolver este problema el estudiante comúnmente utiliza el término palabra clave el cual lo lleva a identificar los dos números explícitos en el problema (5 y 3) y luego la palabra clave para el caso la de la izquierda que lo lleva directamente a una operación: la resta. Hay que tener en cuenta que el procedimiento que se emplea para hallar la respuesta correcta a este problema no permite que el estudiante tenga una comprensión de la situación presentada. Por lo tanto, es el tipo de errores más comunes a la hora de entrenar a los estudiantes para resolver problemas pues ellos no logran comprenderlos, solo buscan la operación aritmética que los resuelve. A través de la palabra clave buscaran los dos números que se relacionan y realizaran los procedimientos sin lograr entender la situación y si se plantea una variante de la situación no sabrán enfrentarla.

A continuación, se presenta la metodología que se siguió en este trabajo, basada en la resolución de problemas; en este apartado se define el tipo de investigación, el contexto en el cual se desarrolló el proyecto y las fases que dieron origen a los resultados y por ende al cumplimiento de los objetivos planteados.



## **Capítulo 3 Diseño e implementación de estrategias didácticas con base en la propuesta de Alan Schoenfeld.**

### **3.1 Tipo de investigación**

Esta estrategia de indagación es considerada una investigación de aula con selección de casos, desde un enfoque cualitativo, bajo la corriente descriptiva, apoyada en los métodos de resolución de problemas de Alan Schoenfeld, con una selección de casos tomados de muestras realizadas a estudiantes del grado 8° de la Institución Educativa Presbítero Horacio Gómez Gallo, en la cual se realizaron estudios experimentales y posteriormente estudios de control, para verificar la efectividad de la estrategia aplicada.

### **3.2 Población**

La siguiente estrategia pedagógica, se fundamenta en la identificación de obstáculos y en la aplicación del método de Schoenfeld (1985), para resolución de problemas, está dirigida a 22 estudiantes del grado 8°B de la Institución Educativa Presbítero Horacio Gómez Gallo, perteneciente al corregimiento de Robles municipio Jamundí Departamento Valle del Cauca, el grupo consta de 17 mujeres y 5 hombres, con edades entre 13 y 16 años respectivamente, quienes pertenecen a población vulnerable, proceden de familias campesinas de etnia afrodescendiente, con serias dificultades económicas y por ende dificultades académicas.

En este grupo se ha detectado 1 estudiante con necesidades educativas especiales, que presenta dificultad para entender lo que se explica en la clase, estudiantes con dificultades en comprensión lectora, que hace lento el ritmo de aprendizaje del grupo. La estrategia implementada sirvió para suplir deficiencias conceptuales y motivar en el estudiante el deseo de aprender matemáticas.

### **3.3 Análisis Preliminar**

La metodología de investigación aplicada requiere un análisis preliminar de las distintas teorías que fundamentan la realización de este trabajo, por ende, en esta fase se llevó a cabo un análisis detallado, de los aspectos relacionados a resolución de problemas, específicamente en curso de álgebra del grado 8°, teniendo en cuenta las dimensiones cognitivas, detalladas en el marco referencial del presente trabajo.

El análisis realizado permitió reconocer aspectos importantes en cuanto a resolución de problemas, analizando estrategias propuestas por diversos autores, estándares curriculares propuestos por el MEN, distintas teorías que relacionan la resolución de problemas y detallan los obstáculos más comunes que presentan los estudiantes en este campo. Pero se realizó especial énfasis en los aportes del método de Alan Schoenfeld para resolver problemas.

### **3.4 Metodología aplicada a las actividades**

La finalidad de que el grupo resuelva problemas matemáticos con el método de Alan Schoenfeld es verificar la aplicación correcta de cada paso de esta metodología, tomando conciencia de las operaciones que se realizan para llegar a la solución.

Se propone a través de las actividades planteadas no resolver el problema directamente, porque la finalidad de la actividad no es encontrar la respuesta del problema, si no desarrollar la metodología para encontrar la solución. Por lo cual se sugiere que los estudiantes lean el problema en voz alta para que logren comprenderlo, en forma organizada, hacer una lluvia de ideas que permita la interacción con el grupo acerca de los diferentes pasos a seguir, utilizar elementos esquemáticos para apoyar el desarrollo, pedir a los estudiantes que realicen una exposición del problema, explicando lo que encontraron en cada etapa, haciendo especial énfasis en las

expresiones del pensamiento usadas para el desarrollo del problema en cada etapa del método y para finalizar se presenta la conclusión de la actividad.

## **Capítulo 4. Análisis de resultados**

### **4.1 Análisis de la fase No. 1, caracterización**

La revisión bibliográfica acerca de resolución de problemas matemáticos mostró que los buenos resolutores de problemas son aquellos que involucran estrategias generales o heurísticas como guía para superar dificultades que se encuentran en el proceso. Dichas estrategias se convierten en modelos que definen procedimientos, habilidades y competencias necesarias para resolver problemas, que luego se estructuran en etapas que facilitan su enseñanza aprendizaje. Se parte de los estudios y propuestas de estrategias generales entre las que se destacan Bachelard (1938), Brousseau (1986), Santos (2007), Schoenfeld (1985), los cuales toman como punto de partida las estrategias heurísticas de Pólya (1965).

A su vez se identifican otros autores que en sus estudios realizan una caracterización de las dificultades y errores presentes en la resolución de problema como lo es Kieran (1998), Socas (1997), Gil y Martínez –Torregrosa (1983), Esquinas (2009), Muñoz y Ríos (2008), Sinitsky (2003) y Herrera (2010), entre otros.

#### 4.2 Análisis de la fase No2, delimitación del problema de estudio

Para esta fase de la investigación se determinaron 6 situaciones problemas, teniendo en cuenta los aspectos propuestos por Schoenfeld (1985). Se tomaron en consideración problemas de modelación aritmética y algebraica en un apartado llamado Test-1, el cual pretendía realizar un diagnóstico de la situación de cada estudiante frente a la resolución de problemas identificando los obstáculos que presenta.

La prueba fue aplicada a 22 estudiantes del grado 8°B de la Institución Educativa Presbítero Horacio Gómez Gallo, con ella se pretendía determinar que habilidades de pensamiento matemático, poseen los estudiantes para enfrentarse a distintas situaciones problemas. En este sentido fue de gran importancia reconocer las actitudes que asumen los estudiantes al enfrentarse a situaciones problemas. Se realizó recolección de información, a partir de registro fotográfico, dialogo entre estudiantes y la docente que aplico la prueba.

La prueba diagnóstica se aplicó a 22 estudiantes del grado 8°B, de los cuales 17 son de género femenino y 5 de género masculino. Como se muestra en la figura No.2.

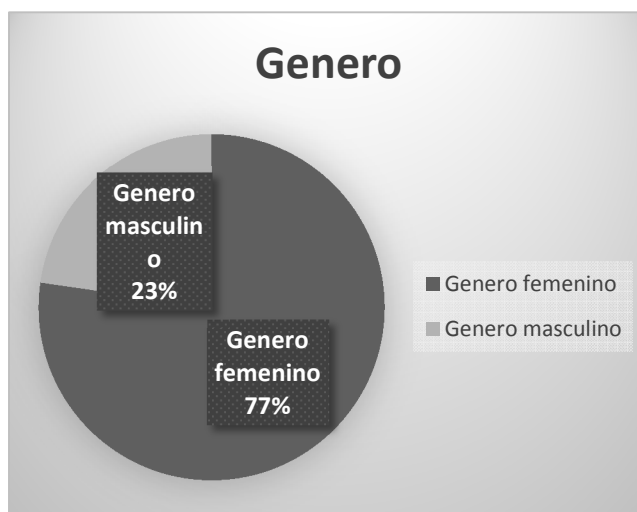


Figura 2. Distribución de estudiantes del grado 8°, según el género. Fuente: El autor

La edad de los estudiantes del grupo de estudio está entre 13 y 16 años. La mayoría de los estudiantes tienen 14 años como se muestra en la figura No. 3.

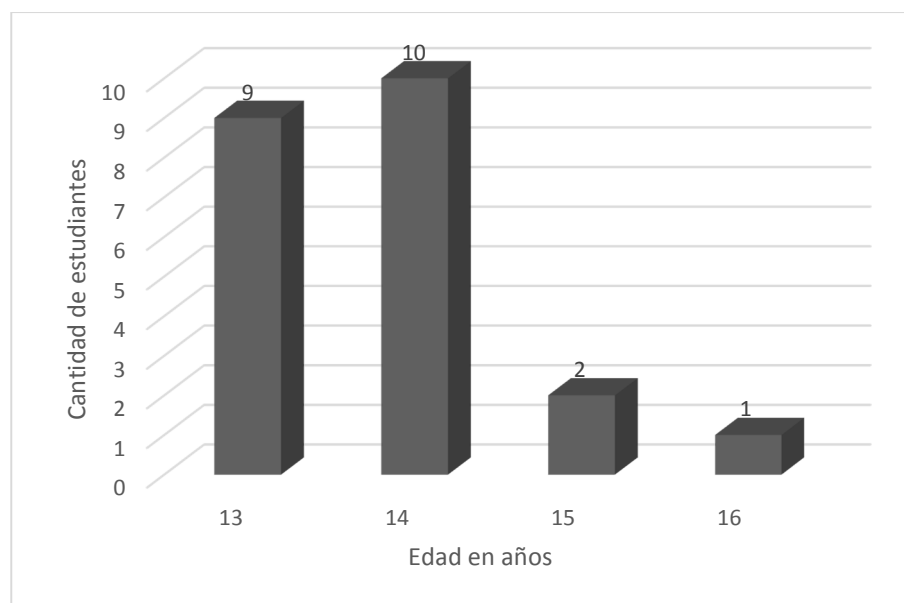


Figura 3. Distribución de los estudiantes del grado 8 B, según la edad. Fuente: El autor

Las situaciones problemas planteadas para el desarrollo del Test-1 se relacionan en la tabla No. 2.

Tabla 2. Situaciones problema Test- 1

	Respuestas correctas	Respuestas incorrectas
1. En el supermercado de Don José, se venden 32 paquetes de galletas en promoción, con 36 unidades dentro de cada paquete. Si cada galleta se vendió en \$ 460 ¿Cuánto dinero ingresó por la promoción de este día?	10	12
2. En un carro de valores se transportan cincuenta y nueve contenedores con oro del Banco de la República, el gerente del banco pone una nueva norma de seguridad que consiste en pesar cada contenedor para saber exactamente el oro que contiene. Si cada contenedor pesa vacío trescientos kilos, y con oro pesa setecientos quince kilos ¿cuántos kilos de oro transportan los cincuenta y nueve contenedores?	8	14
3. La compañía de telefonía celular Claro ofrece un servicio con una tarifa básica de \$90.000 al mes más	8	14

<p>\$20 por cada minuto; las fracciones de minuto no son cobradas.</p> <p>Escriba una expresión que indique el gasto de un cliente cualquiera.</p> <p>¿Cuánto pagara Fernanda al finalizar el mes de febrero si hablo un total de 85 minutos?</p>		
4. En la finca “El refugio” don Manuel desea cercar un terreno rectangular con 3 corridas de alambre de púa. Si el ancho del terreno es de 24 metros y el largo es de 126 metros, ¿Cuál es la cantidad de alambre necesaria para cercar la finca?	8	14
5. Un camión de carga puede transportar doce mil quinientos kilos de Tomate. ¿Cuántos kilos de tomate transportará en catorce viajes?	15	7
6. El recorrido del autobús del colegio es de treinta y dos kilómetros. Si da cuatro viajes al día. ¿Cuántos kilómetros recorre cada día?	14	8

Fuente: El Autor

El resultado general de la prueba con respecto a criterios de procedimientos correctos e incorrectos es como se muestra en la tabla No. 3.

Tabla 3. Resultado General prueba diagnóstica Test-1

Estudiante						
Pregunta	P1	P2	P3	P4	P5	P6
ES 01	S	S	S	S	N	S
ES 02	S	S	N	N	S	S
ES 03	S	S	N	S	N	N
ES 04	S	N	S	N	S	S
ES 05	S	S	N	N	S	S
ES 06	N	N	S	S	S	N
ES 07	N	N	N	N	N	S
ES 08	N	N	N	N	N	S
ES 09	N	N	N	S	N	S
ES 10	S	S	S	N	S	N
ES 11	S	S	N	N	S	N
ES 12	N	N	S	N	N	S

ES 13	N	N	N	S	S	N
ES 14	N	N	N	N	S	S
ES 15	S	S	S	N	S	S
ES 16	S	S	N	N	S	N
ES 17	S	N	S	S	S	S
ES 18	N	N	N	S	S	S
ES 19	N	N	N	N	S	S
ES 20	N	N	S	N	N	N
ES 21	N	N	N	N	S	S
ES 22	N	N	N	S	S	N

Fuente: El autor

La tabla No. 4, muestra las convenciones a tener en cuenta, para realizar una lectura adecuada de la tabla No. 3.

Tabla 4. Convenciones de la tabla No.3

ES 01 ...ES 22	Estudiantes
P1...P6	Preguntas del Test-1
S	El estudiante contesto la pregunta correctamente
N	El estudiante no contesto la pregunta correctamente

Fuente: El autor

Con base en los resultados del Test-1, se pueden identificar las dificultades y obstáculos que enfrentaron los estudiantes para resolver las situaciones planteadas. Fundamentados en los referentes teóricos se analizan los siguientes obstáculos en la tabla No. 5:

Tabla 5. Obstáculos identificados

<b>Conocimiento asociado</b>	<b>Obstáculo</b>
Aritmética	Los estudiantes realizan operaciones y usan notaciones de la aritmética en forma defectuosa.
Comprensión lectora	No realizan una lectura correcta del problema.
Conceptos matemáticos	Presenta un conocimiento inadecuado de conceptos matemáticos y esto no le permite dar solución de diversas situaciones problema.
Planteamiento de ecuaciones	Plantea ecuaciones que no corresponden al enunciado de un problema.
Procedimientos	No escriben los pasos para resolver el problema.
Simbolización	No simbolizan, ni realizan esquemas que le den luz para resolver el problema.

Fuente: El autor

Para el problema No 1. “El supermercado de don José”

Este problema tenía como objetivo determinar si los estudiantes podían traducir el problema literalmente e identificar la semántica del problema, para resolverlo o simplemente usarían el método de palabra clave relacionando los números y realizando las operaciones que se plantean implícitamente. Los estudiantes se limitan a hacer operaciones sin detenerse a pensar en la información que le están pidiendo. El obstáculo identificado para este tipo de estudiante es que realiza las operaciones, pero usa notaciones defectuosas de la aritmética. Como se evidencia en la figura No. 4.



"Solución"

$$1. \quad 32 + 36 + 400$$

$$\quad \downarrow$$

$$\quad 16$$

$$230 = (16 + 230)$$

Figura 4. Solución errónea del problema 1. Fuente: El autor

Este tipo de estudiante presenta conocimientos inadecuados de conceptos matemáticos, no logra identificar la semántica del problema, por lo tanto, no tiene claro el procedimiento a seguir. Se limita a realizar las operaciones que se hacen evidentes en el problema como se muestra en la figura No.5

$$460 \times 36 \times 38 = 529,920.$$

Figura 5. Procedimiento incorrecto problema No. 1. Fuente: El autor

La mayoría de los estudiantes no escriben los pasos para resolver el problema, no leen bien el problema, no simbolizan, ni realizan esquemas que le den luz para resolver el problema y por ende no estructuran las situaciones problemas planteadas. En general el comportamiento de los estudiantes es como lo muestra la figura No. 6.

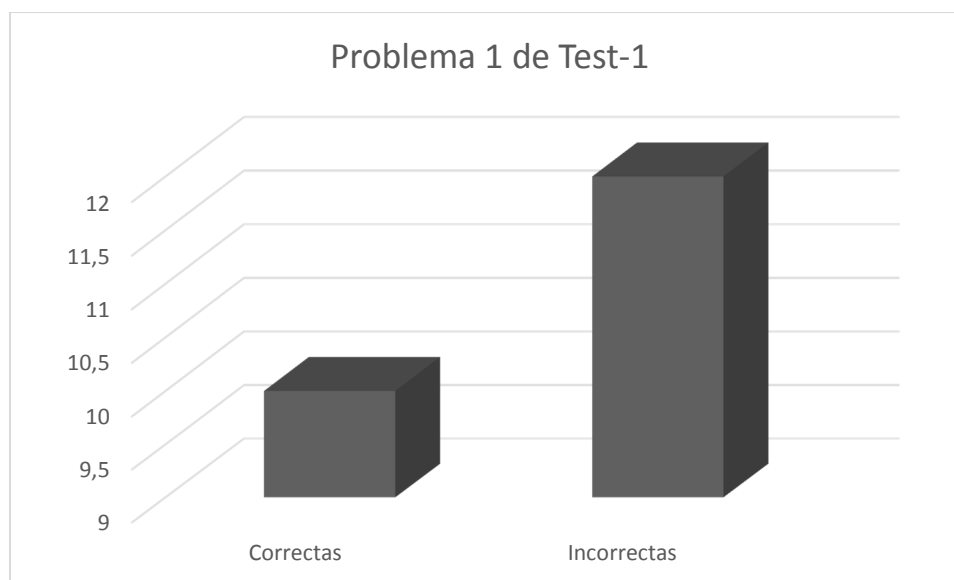


Figura 6. Resultados de las respuestas de la pregunta 1. Fuente: El autor

Por lo anterior resulta importante hacer un análisis de los errores cometidos por los estudiantes como se muestra en la tabla No. 6

Tabla 6. Obstáculos asociados a la resolución del problema No 1.

Obstáculo Asociado	¿Cuántos estudiantes?
Los estudiantes realizan operaciones y usan notaciones de la aritmética en forma defectuosa.	0
No realizan una lectura correcta del problema.	12
Presenta un conocimiento inadecuado de conceptos matemáticos esto no le permiten dar solución de diversas situaciones problema.	0
Plantea ecuaciones que no corresponden al enunciado de un problema.	0
No escriben los pasos para resolver el problema	22
No simbolizan, ni realizan esquemas que le den luz para resolver el problema.	22
No estructuran las situaciones problemas planteadas.	12

Fuente: El autor

Para el problema No. 2 de “El carro de Valores”

Con este problema se pretendía que el estudiante estructurara la información dada, identificará la semántica del problema para llegar a la solución. Aunque se obtuvieron varias respuestas correctas, los estudiantes mostraron obstáculos a la hora de resolverlos como lo son el planteamiento del problema, la estructuración y simbolización de la información pedida. Como se muestra en la figura No.7.

2. En un carro de valores se transportan cincuenta y nueve contenedores con oro del Banco de la Republica, el gerente del banco pone una nueva norma de seguridad que consiste en pesar cada contenedor para saber exactamente el oro que contiene. Si cada contenedor pesa mil trescientos kilos, y el oro pesa setecientos 15 kilos ¿cuántos kilos de oro transporta?

$$159 \times 1350 = 214.650 + 715 = 215.365$$

715

Figura 7. Solución errónea del problema 2. Fuente: El autor

La cantidad de preguntas correctas e incorrectas se muestran en la figura No. 8.

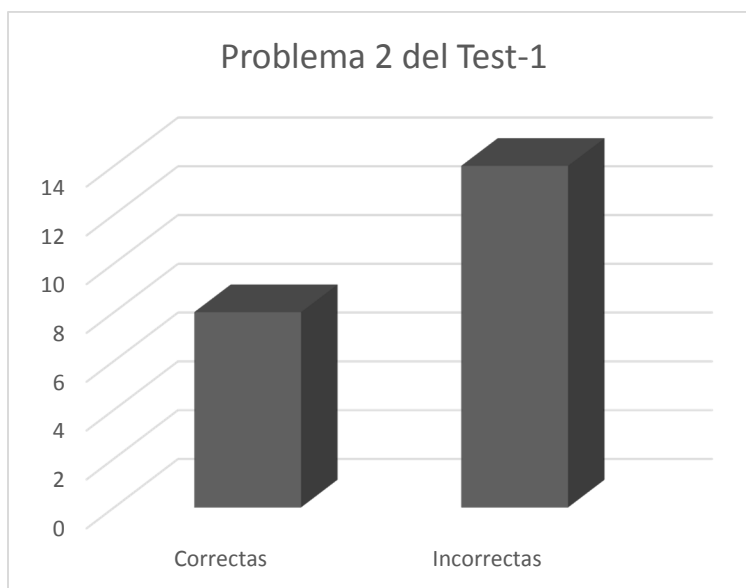


Figura 8. Resultados de las respuestas de la Pregunta 2. Fuente: El autor

Los obstáculos asociados a la resolución de problema 2 se muestran en la tabla No. 7.

Tabla 7. Obstáculos asociados a la resolución del problema 2

Obstáculo Asociado	¿Cuántos estudiantes?
Los estudiantes realizan operaciones y usan notaciones de la aritmética en forma defectuosa.	3
No realizan una lectura correcta del problema.	14
Presenta un conocimiento inadecuado de conceptos matemáticos esto no le permiten dar solución de diversas situaciones problema.	0
Plantea ecuaciones que no corresponden al enunciado de un problema.	0
No escriben los pasos para resolver el problema	22
No simbolizan, ni realizan esquemas que le den luz para resolver el problema.	22
No estructuran las situaciones problemas planteadas.	14

Fuente: El autor

Para el problema No. 3 de “Compañía de telefonía Celular”

Este problema tenía como objetivo determinar qué capacidad tienen los estudiantes para modelar una situación algebraica, la figura No. 9 muestra una de las respuestas de los estudiantes para este problema.

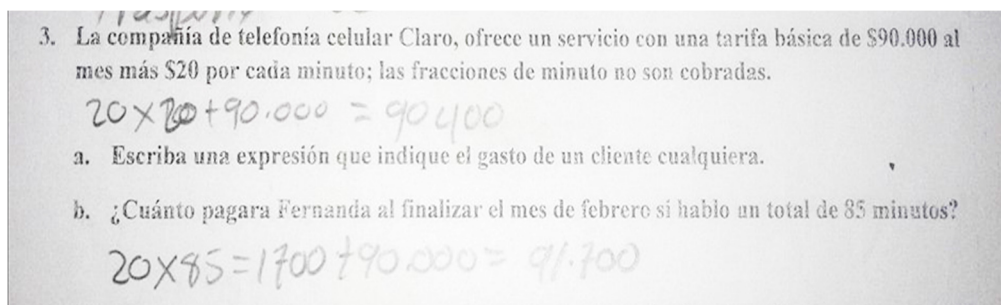


Figura 9. Solución errónea parte a del problema No. 3. Fuente: El autor

Este tipo de estudiante tiene dificultades con el lenguaje, plantea una ecuación, pero no corresponde con el enunciado del problema, realiza operaciones de forma defectuosa. El resultado de los estudiantes que encontraron este tipo de obstáculos se relaciona en la figura No. 10.

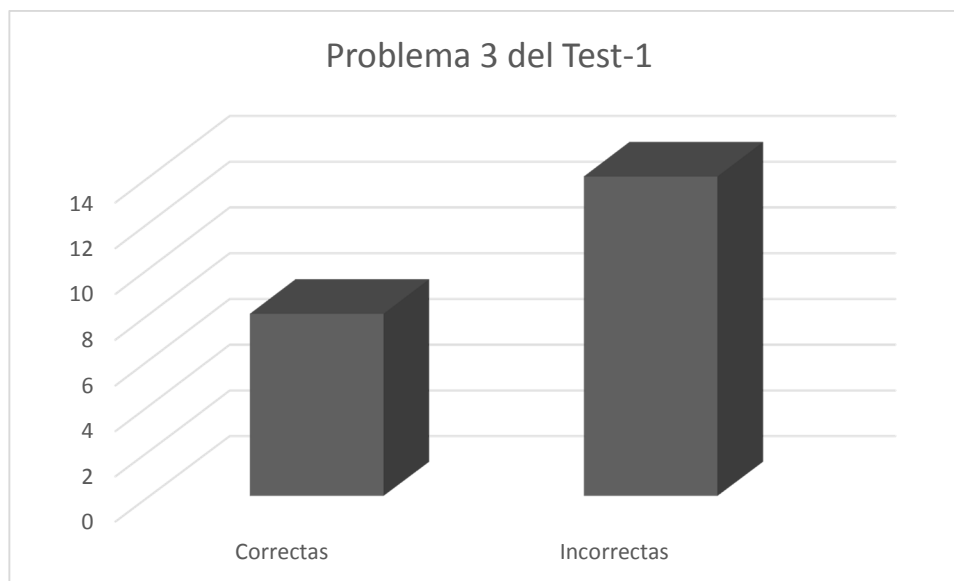


Figura 10. Resultados de las respuestas de la pregunta 3. Fuente: El autor

La tabla No. 8 muestra los obstáculos asociados a la resolución del problema No. 3.

Tabla 8. Obstáculos asociados a la resolución del problema No. 3

Obstáculo Asociado	¿Cuántos estudiantes?
Los estudiantes realizan operaciones y usan notaciones de la aritmética en forma defectuosa.	0
No realizan una lectura correcta del problema.	14
Presenta un conocimiento inadecuado de conceptos matemáticos esto no le permiten dar solución de diversas situaciones problema.	14
Plantea ecuaciones que no corresponden al enunciado de un problema.	14
No escriben los pasos para resolver el problema	22

No simbolizan, ni realizan esquemas que le den luz para resolver el problema.	22
No estructuran las situaciones problemas planteadas.	14

Fuente: El autor

Para el problema No. 4 de “La finca el refugio”

Este problema tenía como objetivo determinar si los estudiantes podían traducir el problema literalmente e identificar posibles vías de solución. Uno de los estudiantes lo resolvió como se muestra en la figura No.11.

4. En la finca “El refugio” don Manuel desea cercar un terreno rectangular con 3 corridas de alambre de púa. Si el ancho del terreno es de 24 metros y el largo es de 126 metros, ¿Cuál es la cantidad de alambre necesaria para cercar la finca?

$$24 \times 126 = 3024$$

$$3024 \times 3 = 9072 \text{ Necesita } 9072\text{m para cercar}$$

Figura 11. Tipo de solución errónea del problema 4. Fuente: El autor

Los estudiantes se limitaron a encontrar los datos del problema para resolver la situación propuesta esto evidencia la dificultad para encontrar el procedimiento adecuado en la resolución del problema. El comportamiento del grupo fue como se muestra en la figura No. 12.

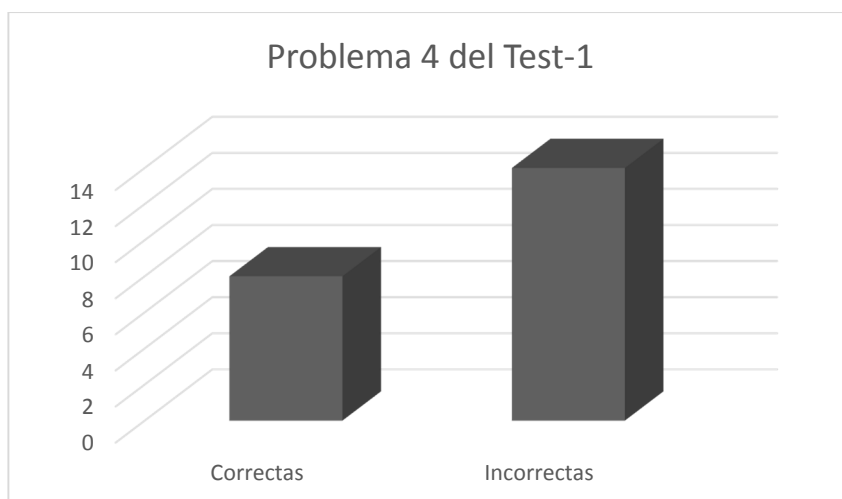


Figura 12. Resultados de las respuestas de la pregunta 4. Fuente: El autor

Como se muestra a continuación la tabla No. 9 presenta los obstáculos asociados a la resolución del problema No 4.

Tabla 9. Obstáculos asociados a la resolución del problema No 4

Obstáculo Asociado	¿Cuántos estudiantes?
Los estudiantes realizan operaciones y usan notaciones de la aritmética en forma defectuosa.	0
No realizan una lectura correcta del problema.	14
Presenta un conocimiento inadecuado de conceptos matemáticos esto no le permiten dar solución de diversas situaciones problema.	14
Plantea ecuaciones que no corresponden al enunciado de un problema.	0
No escriben los pasos para resolver el problema	22
No simbolizan, ni realizan esquemas que le den luz para resolver el problema.	22
No estructuran las situaciones problemas planteadas.	16

Fuente: El autor

Para el problema No. 5 de “El camión de carga”

La intención es conocer la forma en que los estudiantes actúan ante una situación fácil de modelar. El resultado es que la mayoría de los estudiantes toma en cuenta los datos del problema por aparte y resuelven la parte aritmética de forma adecuada como se muestra en la figura No. 13.

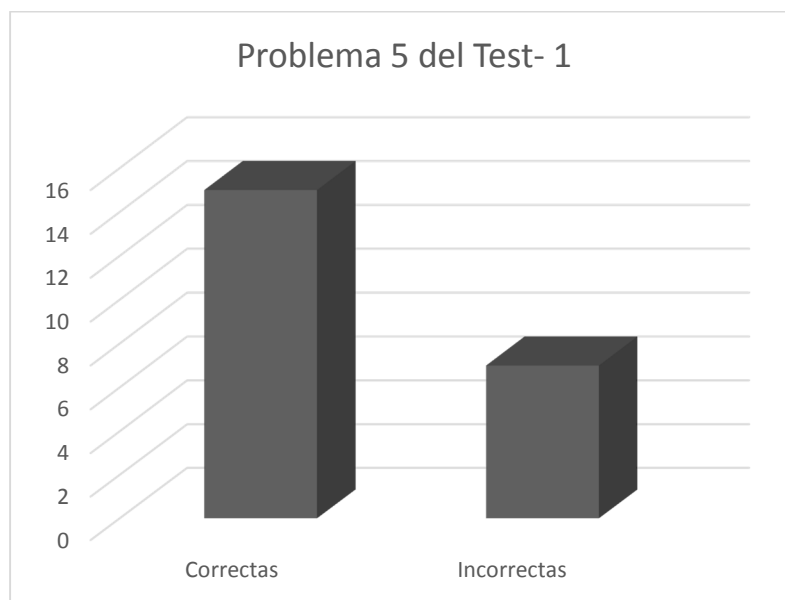


Figura 13. Resultados de las respuestas de la pregunta 5. Fuente: El autor

La tabla No. 10 muestra obstáculos asociados a la resolución del problema No. 5

Tabla 10. Obstáculos asociados a la resolución del problema No. 5

Obstáculo Asociado	¿Cuántos estudiantes?
Los estudiantes realizan operaciones y usan notaciones de la aritmética en forma defectuosa.	3
No realizan una lectura correcta del problema.	0
Presenta un conocimiento inadecuado de conceptos matemáticos esto no le permiten dar solución de diversas situaciones problema.	0
Plantea ecuaciones que no corresponden al enunciado de un problema.	0
No escriben los pasos para resolver el problema	22



No simbolizan, ni realizan esquemas que le den luz para resolver el problema.	22
No estructuran las situaciones problemas planteadas.	7

Fuente: El autor

Para el problema No. 6 de “El recorrido del autobús”

En este problema se tiene la intencionalidad de que los estudiantes resuelvan una situación problema, tomando los datos que en ella se suministran haciendo comprensión de esta. Para el caso, la mayoría de los estudiantes logró obtener una respuesta correcta del problema como se muestra en la figura No.14, aunque también presentaron deferentes obstáculos como se muestra más adelante en la tabla No. 11.

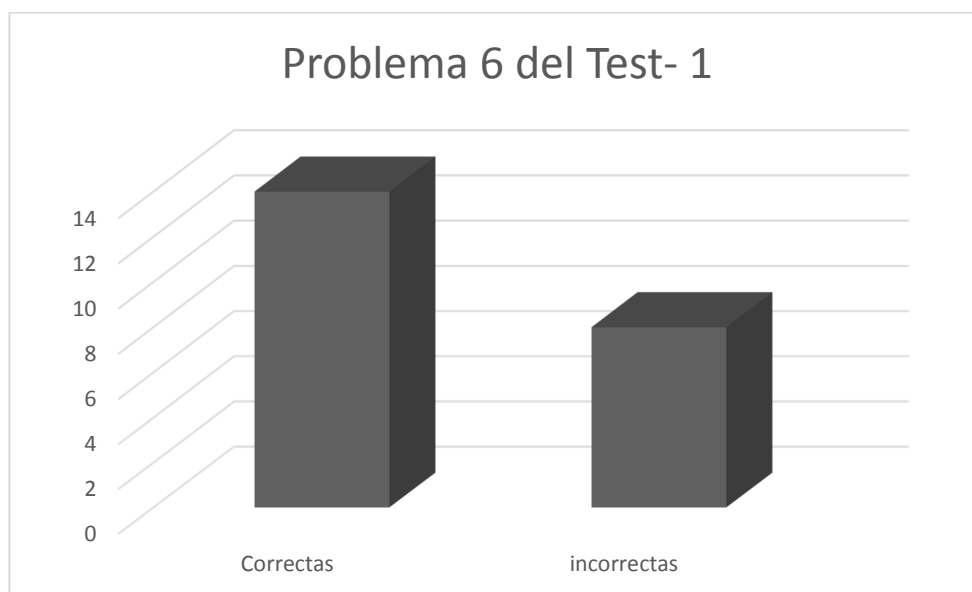


Figura 14. Resultados de las respuestas de la pregunta 6. Fuente: El autor

Tabla 11. Obstáculos asociados a la resolución del problema No. 6

Obstáculo Asociado	¿Cuántos estudiantes?
Los estudiantes realizan operaciones y usan notaciones de la aritmética en forma defectuosa.	0
No realizan una lectura correcta del problema.	8
Presenta un conocimiento inadecuado de conceptos matemáticos esto no le permiten dar solución de diversas situaciones problema.	14
Plantea ecuaciones que no corresponden al enunciado de un problema.	0
No escriben los pasos para resolver el problema	22
No simbolizan, ni realizan esquemas que le den luz para resolver el problema.	22
No estructuran las situaciones problemas planteadas.	8

Fuente: El autor

Se observa por la forma de resolver los diferentes problemas planteados que los estudiantes del grado 8° de la Institución Educativa Presbítero Horacio Gómez Gallo, que presentan dificultades para interpretar correctamente el lenguaje matemático y formalizarlo en una ecuación, presentan problemas de conocimientos previos porque se les dificulta identificar qué tipo de conocimiento se requiere para aplicar a determinada situación, en su gran mayoría presentan problemas para deducir correctamente la información aplicando procedimientos adecuados, por lo anterior la figura No. 15 muestra los obstáculos que se presentan con mayor frecuencia en la resolución de cada una de las preguntas del Test-1.

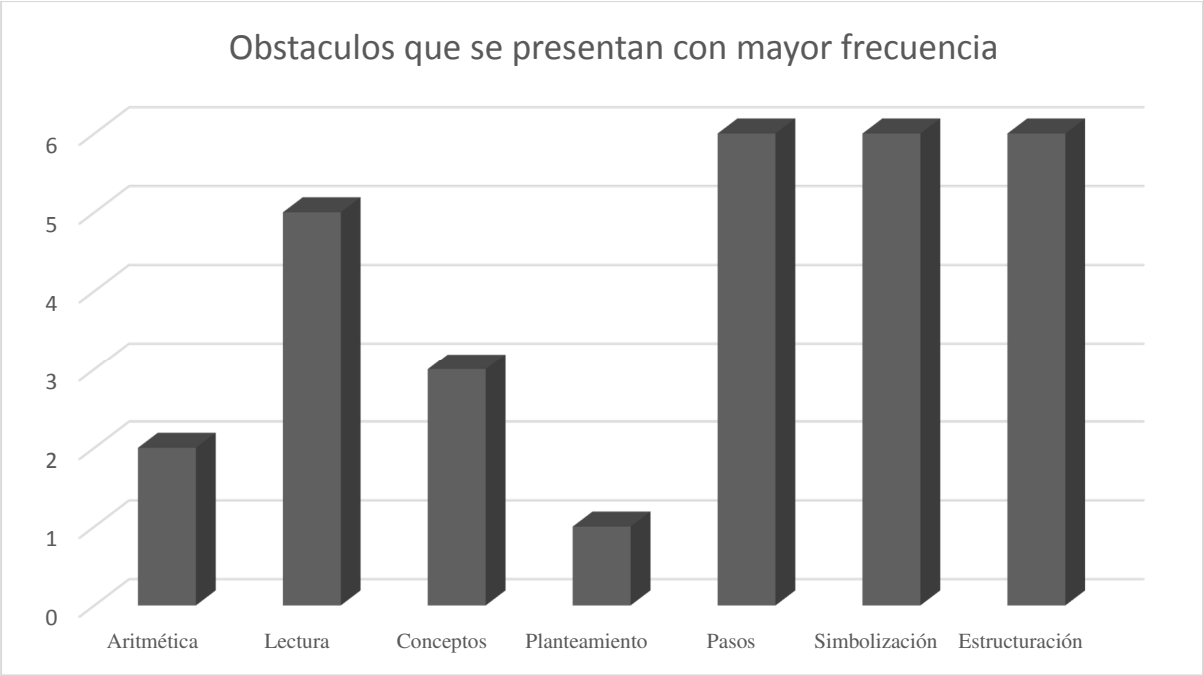


Figura 15. Obstáculos que se presentan con mayor frecuencia. Fuente: El autor

La tabla No. 12 muestra las convenciones que ayudan a interpretar los obstáculos que presentan con mayor frecuencia los estudiantes a la hora de resolver problemas.

Tabla 12. Convenciones obstáculos de mayor frecuencia

Obstáculo Asociado	Convención
Los estudiantes realizan operaciones y usan notaciones de la aritmética en forma defectuosa.	Aritmética
No realizan una lectura correcta del problema.	Lectura
Presenta un conocimiento inadecuado de conceptos matemáticos esto no le permiten dar solución de diversas situaciones problema.	Conceptos
Plantea ecuaciones que no corresponden al enunciado de un problema.	Planteamiento
No escriben los pasos para resolver el problema	Pasos
No simbolizan, ni realizan esquemas que le den luz para resolver el problema.	Simbolización

No estructuran las situaciones problemas planteadas.	Estructuración
--	----------------

Fuente: El autor

Se puede apreciar en la figura No. 15 que los obstáculos que se presentan con mayor frecuencia en el grupo de grado 8° de la Institución Educativa Presbítero Horacio Gómez Gallo son; la lectura correcta del problema, la escritura de los pasos para resolver el problema, la simbolización, la realización de esquemas, además no estructuran la situación problema planteada. La mayoría de los estudiantes presentan estas dificultades y en la tabla No.13 se muestran los estudiantes que presentaron más dificultades a la hora de resolver las situaciones problema planteadas.

Tabla 13. Estudiantes con mayores dificultades en el Test- 1

Estudiante	P1	P2	P3	P4	P5	P6	Incorrectas
ES 07	N	N	N	N	N	S	5
ES 08	N	N	N	N	N	S	5
ES 09	N	N	N	S	N	S	4
ES 12	N	N	S	N	N	S	4
ES 13	N	N	N	S	S	N	4
ES 14	N	N	N	N	S	S	4
ES 19	N	N	N	N	S	S	4
ES 20	N	N	S	N	N	N	5
ES 21	N	N	N	N	S	S	4
ES 22	N	N	N	S	S	N	4

Fuente: El autor

### 4.3 Análisis de la fase No.3. Aplicación del método de Schoenfeld

Para el desarrollo de esta fase se explicó a los estudiantes el método de Schoenfeld (1985), para resolver problemas teniendo en cuenta sus fundamentos teóricos y los puntos de encuentro que tiene con el método de Pólya (1965), para resolver situaciones problemas. Como se relaciona en la tabla No. 14.

Tabla 14. Método de Alan Schoenfeld.

<b>Alan Schoenfeld</b>	Fases que propone	¿Qué hacer?
Recursos: Conocimientos previos	Análisis: Consiste en analizar y comprender un problema	Dibujar un diagrama, examinar un caso especial e intentar simplificar el problema.
Heurísticas: Conocerlas, tener habilidad para usarlas	Exploración: explorar posibles soluciones	Examinar una variedad de problemas equivalentes. Considerar hacer modificaciones al problema original
Control: El estudiante debe ser capaz de detectar si va en la dirección correcta.	Diseñar y planificar una solución	Procedimientos que el estudiante realiza sin dificultad. Revisar el proceso. Considerar varias soluciones
Sistemas de creencias: Reconoce como se abordan los problemas, que y como se enseña	Verificar solución	¿Los datos utilizados son pertinentes? ¿Está acorde con predicciones o estimaciones razonables?  ¿Es posible obtener la solución por un método diferente?

Fuente: El autor

En la tabla No.14 se muestran los pasos para resolver problemas tenidos en cuenta por Schoenfeld (1985), en consecuencia, para resolver las situaciones planteadas apuntando a utilizar los pasos del método se realizan preguntas orientadoras con el objetivo que el estudiante siga estrategias generales que ayuden a adquirir competencias en resolución de problemas y resultados eficientes, las preguntas se muestran a continuación:

¿Qué tipo de problema es?

¿Conozco algún problema con características similares?

¿Qué datos aparecen en el problema?

¿Qué datos no aparecen?

¿Puede hacerse un dibujo o esquema de la situación planteada?

Siga los pasos que se describen a continuación:

- Lea el problema
- Identifique los datos del problema ¿Qué datos tiene a disposición?
- Reconozca la pregunta
- ¿Qué ruta debes utilizar para hallar la respuesta? ¿Qué recursos tienes para encontrarla?
- Buscar la respuesta (operación)
- Desarrollar la operación (Respuesta)
- Validación de la respuesta

Para resolver problemas, se lleva a cabo un proceso en el cual, lo principal debe ser comprender la situación problémica, el estudiante debe tener muy claro de que se está hablando, que se quiere conocer, que información o datos le brinda el problema. Porque cuando se plantea un problema de forma escrita, la comprensión lectora es fundamental.

Durante la etapa de búsqueda de estrategias para resolución de problemas, se pretende ver la relación que existe entre la información que se desea obtener y los datos con los que se cuenta, se busca determinar cuál de estos datos se puede utilizar para llegar a la solución del problema mediante la ayuda del componente matemático, por esta razón el tema de solución de problemas es de vital importancia para el aprendizaje de las matemáticas.

Por tal razón se aplicó el Test-2 para evaluar el avance en resolución de problemas de los estudiantes del grado 8° de la Institución Educativa Presbítero Horacio Gómez Gallo, como se muestra en la tabla No. 15.

Tabla 15. Situación problema, Test- 2

Test-2	Problema
<b>Situación 1</b>	Cuatro hermanos se reúnen para repartirse \$250.000 que dejó su padre como herencia. El mayor renuncia a la herencia por lo tanto esta debe repartirse en los tres restantes, el mayor de los tres recibe doble que el mediano y este el cuádruple que el pequeño. ¿Cuánto recibe cada uno?
<b>Situación 2</b>	La hermana mayor de Federico tiene 43 años y Pedro tiene 22 años. ¿Cuántos años deben pasar para que la edad de la hermana de Federico sea el triple que la de Pedro?
<b>Situación 3</b>	En la finca de Doña Juana trabajan 165 jornaleros y todos deben realizarse el examen pre ocupacional para lo cual tienen plazo de 3 días. El día primero asiste la tercera parte de los jornaleros, el segundo día y el tercer día asisten la misma cantidad de trabajadores. Calcule el número de personas que asiste al examen cada día.

Fuente: El autor

Con respecto a las situaciones problema planteadas los resultados fueron los que se muestran en la siguiente tabla No.16.

Tabla 16. Respuestas situaciones problemas Test-2

Estudiante			
Pregunta	P1	P2	P3
ES 01	S	S	S
ES 02	S	S	S
ES 03	S	S	S
ES 04	S	S	S
ES 05	S	S	S
ES 06	S	S	S
ES 07	S	S	S
ES 08	S	S	S
ES 09	S	S	S
ES 10	S	S	S
ES 11	S	S	N
ES 12	S	N	S

ES 13	S	S	S
ES 14	S	N	S
ES 15	S	S	S
ES 16	S	S	S
ES 17	S	N	S
ES 18	S	S	S
ES 19	S	S	S
ES 20	S	N	S
ES 21	S	S	N
ES 22	N	N	N

Fuente: El autor

En la tabla No. 18 se muestra la relación de los estudiantes con respecto a las respuestas a preguntas tanto del Test-1 como diagnóstico y el Test-2 como seguimiento al proceso de solución de problemas, se realiza un análisis comparativo como se muestra en la tabla No. 17.

Tabla 17. Preguntas comparadas para el análisis

Test -1	Test -2
1	1
3	2
6	3

Fuente: El autor

Las preguntas 1, 3 y 6 del Test -1 fueron escogidas para realizar el análisis comparativo con el Tes-2, teniendo en cuenta los siguientes criterios:

- La pregunta No 1, del Test-1 fue una de las preguntas que permitió identificar la gran mayoría de obstáculos presentes en la resolución de problemas que tenían los estudiantes del grado 8° de la Institución Educativa Presbítero Horacio Gómez Gallo.
- La pregunta No 3, fue escogida porque es una situación problema que debe ser modelada a través del álgebra, debe plantearse una ecuación y luego resolver, el comportamiento de los estudiantes en el desarrollo de esta pregunta para el Test- 1



debe ser comparado con una pregunta del Test- 2 para el caso la pregunta 2.

- La pregunta No. 6 permite identificar obstáculos que al ser comparados con la pregunta No. 3 del Test-2 podrían evidenciar avances significativos.

Para realizar dicho análisis se realizó la tabla No. 18 como se muestra a continuación:

Tabla 18. Análisis progreso entre el Test-1 y Test-2

Estudiante	P1tes-1	P1 Test-2	Progreso	P3Test-1	P2 Test-2	Progreso	P6tes-1	P3 Test-2	Progreso
ES 01	S	S	MB	S	S	MB	S	S	MB
ES 02	S	S	MB	N	S	A	S	S	MB
ES 03	S	S	MB	N	S	A	N	S	A
ES 04	S	S	MB	S	S	MB	S	S	MB
ES 05	S	S	MB	N	S	A	S	S	MB
ES 06	N	S	A	S	S	MB	N	S	A
ES 07	N	S	A	N	S	A	S	S	MB
ES 08	N	S	A	N	S	A	S	S	MB
ES 09	N	S	A	N	S	A	S	S	MB
ES 10	S	S	MB	S	S	MB	N	S	A
ES 11	S	S	MB	N	S	A	N	N	MM
ES 12	N	S	A	S	N	R	S	S	MB
ES 13	N	S	A	N	S	A	N	S	A
ES 14	N	S	A	N	N	MM	S	S	MB
ES 15	S	S	MB	S	S	MB	S	S	MB
ES 16	S	S	MB	N	S	A	N	S	A
ES 17	S	S	MB	S	N	R	S	S	MB
ES 18	N	S	A	N	S	A	S	S	MB
ES 19	N	S	A	N	S	A	S	S	MB
ES 20	N	S	A	S	N	R	N	S	A
ES 21	N	S	A	N	S	A	S	N	R
ES 22	N	N	MM	N	N	MM	N	N	MM

Fuente: El autor

La tabla No. 19 muestra las convenciones usadas en la tabla No. 17 para evidenciar el avance, dificultad o estabilidad de los estudiantes del grado 8° de la Institución Educativa Presbítero Horacio Gómez Gallo, en la resolución de los problemas propuestos en el Test-1 y el Test-2.

Tabla 19. Convenciones Tabla 18

ES 01 ...ES 22	Estudiantes
P1...P6	Preguntas del Test
S	El estudiante contesto la pregunta correctamente
N	El estudiante no contesto la pregunta correctamente
A	El estudiante muestra avance en el proceso
R	El estudiante muestra dificultades
MB	El estudiante mantuvo su rendimiento en el proceso
MM	El estudiante no muestra avance

Fuente: El autor

La tabla No. 20 muestra la interpretación que se debe dar a los resultados obtenidos por los estudiantes del grado 8° de la Institución Educativa Presbítero Horacio Gómez Gallo, en las preguntas que fueron comparadas para el Test-1 y el Test-2.

Tabla 20. Interpretación de resultados de la Tabla 18.

Muestra Avance	A	N » S
Muestra Dificultad	R	S » N
Mantuvo su rendimiento	MB	S » S
No muestra avance	MM	N » N

Fuente: El autor

Como se muestra en la figura No. 16, comparando el problema No. 1 del Test-1 y el problema No. 1 del Test-2, 11 estudiantes muestran avance significativo, un estudiante no muestra avance, 10 estudiantes mantienen su rendimiento y ninguno muestra dificultades.

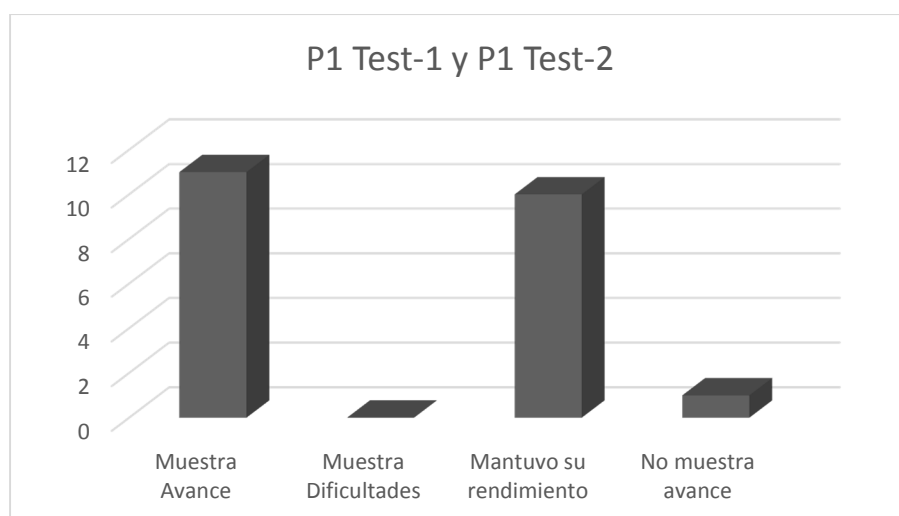


Figura 16. Análisis comparativo P1 Test-1 y P2 Test-2. Fuente: El autor

La figura No. 16 muestra el análisis comparativo entre la pregunta 1 del Test-1 y la pregunta No. 1 del Test- 2, es evidente que para el desarrollo de estos dos problemas la mayoría de los estudiantes obtuvo buenos resultados.

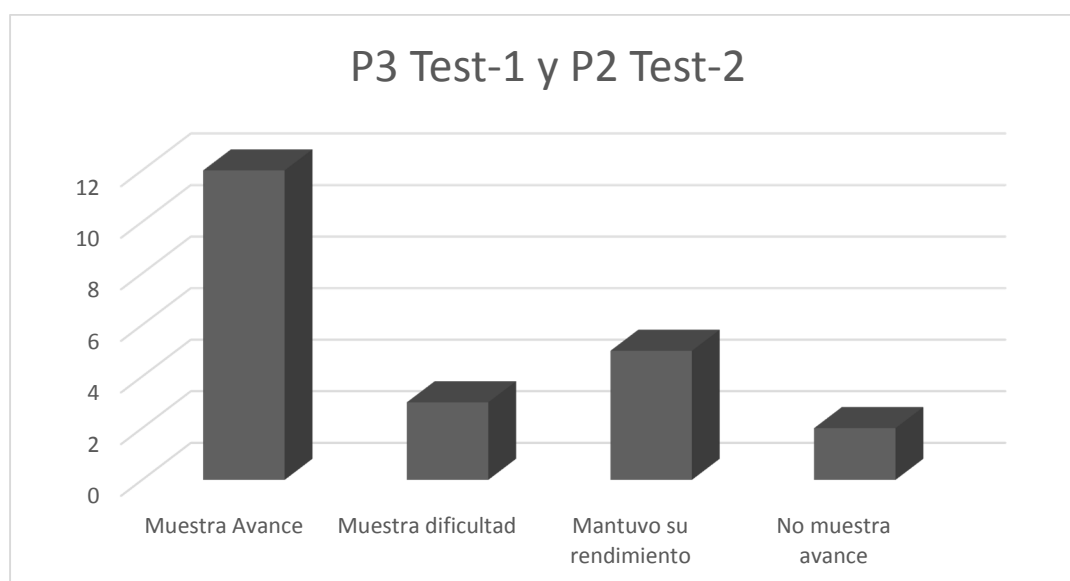


Figura 17. Análisis comparativo P3 Test-1 y P2 Test-2. Fuente: El autor

La figura No. 17 muestra el análisis comparativo realizado entre la pregunta No. 3 del Test-1 y la pregunta No. 2 del Test-2, en donde se evidencian las dificultades que tienen los estudiantes para modelar un problema algebraicamente. Los resultados muestran dos estudiantes que mantuvieron su rendimiento, dos estudiantes que no lograron avanzar en el desarrollo de estos dos problemas, cinco estudiantes que siguen presentando dificultades y 13 que lograron un avance significativo.

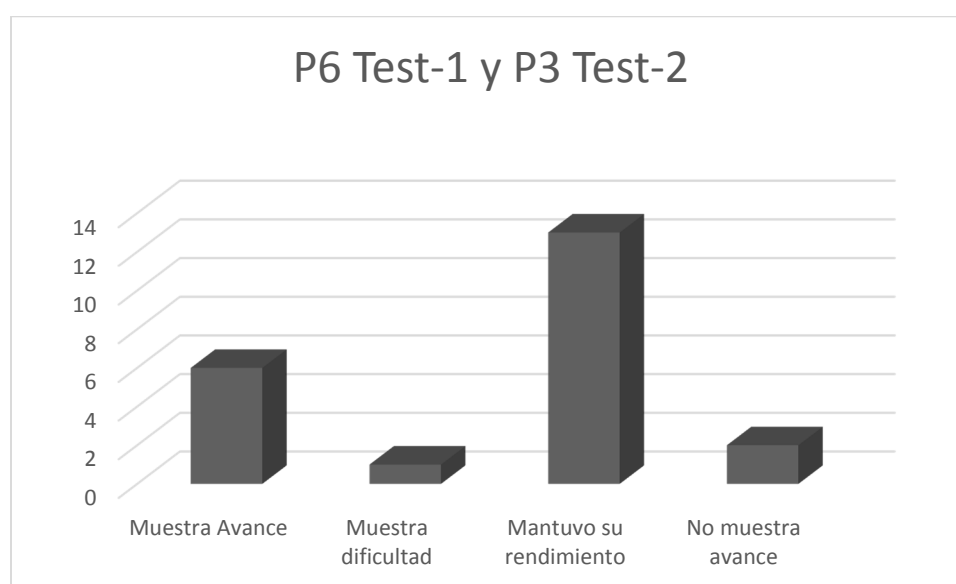


Figura 18. Análisis comparativo P6 Test-1 y P3 Test-2. Fuente: El autor

La figura No. 18 muestra el análisis comparativo entre la pregunta No. 6 del Test-1 y la pregunta No. 3 del Test-2, para el cual se evidencia un avance significativo y la mayoría de los estudiantes mantuvo su rendimiento.

#### 4.4 Análisis de la fase 2 No. 4 Evaluación

Para realizar el análisis de cada una de las situaciones problema propuestas en el Test- 2 se realizó la rúbrica que permite evaluar las habilidades que tienen los estudiantes para resolver problemas utilizando el método de Alan Schoenfeld. De igual forma se evalúa el impacto de la aplicación de los dos Test y la reducción de algunos obstáculos para resolver problemas del grupo de estudio. Para el caso se aplica la rúbrica que muestra en la tabla No. 21.

Tabla 21. Rubrica

RÚBRICA PARA EVALUAR LA RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS ÁLGEBRA				
<b>PROPÓSITO:</b> Evaluar por medio del método de Alan Schoenfeld la reducción de obstáculos presentes en la resolución de problemas de álgebra de los estudiantes de la Institución Educativa Presbítero Horacio Gómez Gallo				
INDICADOR	SATISFACTORIO 100-85	ALTO 70-84	BASICO A 70 -50	BAJO MENOR A 50
<b>COMPRENSIÓN DEL PROBLEMA (RECURSOS)</b>	Identifica e interpreta con claridad los datos planteados en el problema y tiene certeza de las incógnitas a resolver. Demuestra total comprensión del problema.	Conoce e interpreta parcialmente los datos planteados en el problema. Demuestra considerable comprensión del problema	Identifica algunos datos planteados en el problema. Comprende algunos aspectos que ayudan a resolver el problema	No identifica ni interpreta los datos planteados en el problema. Demuestra poca comprensión del problema
<b>DIAGRAMAS Y DIBUJOS (HEURISTICAS)</b>	Esquematiza claramente el enunciado indicando correctamente los datos del problema. Los dibujos son claros y ayudan mucho para que el estudiante comprenda lo que está haciendo	Esquematiza parcialmente el enunciado indicando algunos de los datos del problema. Los dibujos son claros y fáciles de entender.	Realiza esquemas que no corresponden a lo que plantea el enunciado del problema.	No puede esquematizar correctamente el enunciado. Los dibujos y diagramas no están muy claros.

<b>ESTRATEGIA DE SOLUCIÓN (CONTROL)</b>	De acuerdo la teoría identifica la formula aplicable. Y muestra total entendimiento de los conceptos involucrados. Siempre usa estrategias efectivas y eficientes para resolver los problemas.	Identifica parcialmente las fórmulas a aplicar de acuerdo con la teoría y conceptos involucrados en la solución del problema. Usualmente, usa estrategias efectivas y eficientes para resolver los problemas.	Busca fórmulas para aplicar en la resolución del problema, pero las utiliza de manera inadecuada.	Muestra poca comprensión de las fórmulas a aplicar y los conceptos involucrados. A veces usa estrategias efectivas y eficientes para resolver los problemas.
<b>SOLUCIÓN DEL PROBLEMA (SISTEMAS DE CREENCIAS)</b>	Aplica algoritmos correctamente. Incluye todos los elementos pedidos en la solución del problema	Aplica algoritmos correctamente, pero comete algunos errores aritméticos y algebraicos. Incluye la mayor parte de los elementos pedidos en la solución del problema	Aplica algoritmos incorrectamente y no incluye todos los elementos pedidos para la solución del problema.	Aplica algoritmos de manera incorrecta, comete errores aritméticos y algebraicos. Sin responder a lo que se pide en la solución del problema.
<b>EXPLICACIÓN Y ANÁLISIS DEL RESULTADO</b>	Explica claramente y tiene en cuenta todos los detalles. El análisis del resultado se confronta con la teoría y la lógica	Explica claramente pero no tiene en cuenta todos los detalles, estableciendo análisis parcial del resultado	Explica de manera errónea y no relaciona los datos con la teoría.	No explica correctamente el resultado y no toma en cuenta todos los detalles.

Fuente: El autor

Los estudiantes que presentaron mayores dificultades en el Test-1 lograron un avance significativo en la realización del Test-2, al aplicar la rúbrica de evaluación y el Test-2 se observa que de los 9 estudiantes que presentaron mayores dificultades 7 lograron superar los obstáculos. Además, uno de los principales obstáculos presentes era la estructuración del problema, el paso a paso para resolverlo y la lectura. Y eso fue tomado en cuenta por los estudiantes para la resolución del Test-2.

## Capítulo 5 Conclusiones

### 5.1 Conclusiones

A través de la realización de este trabajo se generaron resultados con respecto a la dificultades y obstáculos que presentan los estudiantes del grado 8° en resolución de problemas de álgebra, a su vez se definió la importancia de aplicar un método para resolución de problemas, para el caso Alan Schoenfeld dio un gran aporte que admitió observar los avances de los estudiantes frente a situaciones planteadas permitiendo concluir lo siguiente:

Para reducir las dificultades y obstáculos presentes en resolución de problemas en cursos de álgebra de grado 8° es necesario tener en cuenta que la realidad de todas las instituciones educativas no es la misma, se presentan dificultades en la resolución de problemas de distinta índole, porque todos los estudiantes no tienen las mismas deficiencias o habilidades, en los resultados obtenidos se pudo observar que la mayor dificultad de los estudiantes de la Institución Educativa Presbítero Horacio Gómez Gallo consiste en la comprensión lectora, por lo cual no realizan un planteamiento adecuado y no identifican los datos que tiene el problema.

Al analizar las diferentes teorías sobre identificación de obstáculos se puede observar que varios autores como George Pólya, Luz Manuel Santos Trigo, Brousseau y Alan Schoenfeld se han preocupado por la resolución de problemas, coincidiendo en la importancia de hacer una adecuada lectura del problema y resolverlo siguiendo determinados pasos que permiten organizar las ideas, aplicar conceptos y resolver correctamente el problema.

Al desarrollar cada una de las tareas planteadas los estudiantes, mostraron dificultades y obstáculos asociados al proceso de aprendizaje del álgebra de octavo y la resolución de problemas. Fue evidente la dificultad en el manejo de algunos conceptos, la falta de comprensión de cada problema y como era de esperarse la dificultad que supone el paso de la aritmética al álgebra que impide que el estudiante cambie su pensamiento estructurado sobre manejo aritmético de situaciones, a uno más elaborado en el cual deben modelar situaciones algebraicamente apropiándose de conceptos aprendidos en su curso de álgebra. Por tanto, el nivel de desempeño en resolución de problemas para los estudiantes del grado 8° de la Institución Educativa Pbro. Horacio Gómez Gallo fue bajo.

Frente a la aplicación del método de Alan Schoenfeld para facilitar la resolución de problemas, se puede decir que es importante incorporar nuevas estrategias como proyectos sobre resolución de problemas, talleres prácticos que integren las TIC de tal manera que permitan innovar en el salón de clases, motivar hacia el aprendizaje, como lo fue en su momento la aplicación del método de Alan Schoenfeld en los estudiantes del grado 8° de la Institución Educativa Pbro. Horacio Gómez Gallo que permitió a los estudiantes dar una mirada distinta a los problemas planteados.

Se evaluó la resolución de problemas utilizando el método de Alan Schoenfeld a través de una rúbrica que permitió observar el avance en cuanto al ejercicio planteado y a su vez concluir que este tipo de actividades deben realizarse con mayor frecuencia si se pretende mejorar las competencias de los estudiantes en resolución de problemas.



## **5.2 Recomendaciones**

Con base en el proceso implementado con los estudiantes del grado 8° de la Institución Educativa Pbro. Horacio Gómez Gallo, en cuanto a identificación de obstáculos en la resolución de problemas de álgebra se recomienda lo siguiente:

Adoptar como estrategia pedagógica dentro de los planes de estudio, la lectura crítica vista como una actividad permanente que genere procesos de motivación hacia la lectura, desarrollando habilidades de comprensión, capacidad para argumentar, interpretar, analizar y razonar cualquier situación problema planteada.

Establecer en la estructura del área un componente que permita la aplicación del método de Alan Schoenfeld en problemas contextualizados.

Para mejorar las habilidades de pensamiento y educar de forma dinámica y moderna se requiere incluir las TIC en el desarrollo del currículo de matemáticas, para tener mayor receptividad y cambios en la actitud de los estudiantes frente a los procesos de enseñanza y aprendizaje.

## BIBLIOGRAFÍA:

- Astolfi, J. P. (2003). El tratamiento didáctico de los obstáculos epistemológicos. Conferencia dictada en el marco del primer congreso de enseñanza de la física celebrado en la Universidad de Antioquia.
- Bachelard, G. (1938). *La formación del espíritu científico*. Contribución a un psicoanálisis del conocimiento objetivo (23a ed.). México D. F.: Siglo Vientiuno Editores.
- Bednarz, N., y Guzmán, J. (2000). *¿Cómo abordan los estudiantes de secundaria la resolución de problemas antes de ser introducidos al álgebra?* Comité Editorial de Matemática Educativa. CINVESTAV: México.
- Brousseau, G. (1983), *Les obstacles epistemologiques et les problemes en mathematiques*, Recherches en Didactique des Mathematiques, 4(2), 165-198.
- Brousseau, G. (1986). *Fundamentos y metodos de la didactica de las matematica*. Recherches en Didactique des Mathématiques, 7(02), 33- 117.
- Cardona, N. (2007). *Desarrollando el pensamiento algebraico en alumnos de octavo grado del CIIE a través de resolución de problemas*. Tesis de maestría. Honduras
- Esquinas, A. (2009). *Dificultades de aprendizaje del lenguaje álgebraico, del símbolo a la formalización álgebraica: Aplicación a la práctica docente*. Tesis doctoral. Madrid: España.

- García, J. (1998). *Manual de dificultades de aprendizaje: Lenguaje, lecto- escritura y matemáticas*. 3<sup>ed</sup>. España: NARCEA, S. A.
- Gil, D. y Martínez-Torregrosa J. (1983). A model for problem-solving in accordance with scientific methodology. *European Journal of Science Education*, 5 (4), 447- 455.
- Hegarty, M., Mayer, R. E., y Monk, C. A. (1995). Comprehension of arithmetic word problems: a comparison of successful and unsuccessful problems solvers, *Journal of Educational Psychology*, 87, 18 - 32.
- Hernández, A y Moreno, L. (2001). *El laboratorio taller de matemática: Una alternativa para superar los problemas de aprendizaje de la matemática en la educación básica general y la educación media*. Tesis de maestría. Panamá: Universidad Especializada de las Américas. pp. 239.
- Herrera, V. (2010). Estudio de la población sorda en Chile: evolución histórica y perspectivas lingüísticas, educativas y sociales. *Revista Latinoamericana de Educación Inclusiva*, 4 (1), 211 - 226.
- Jiménez M. P. (1998). Diseño curricular: indagación y razonamiento en el lenguaje de las ciencias. *Enseñanza de las Ciencias*, 16 (2), 203 - 216.

Kieran, C. (1998). *The changing face of school álgebra*. In C Alsina, J. Alvarez, B. Hodgson, C. Laborde, y A. Perez (Eds), 8th International Congress on Mathematics Education: Selected Lectures (pp.271-290). Seville, Spain: S.A.E.M Thales

Ministerio de Educación Nacional. (2006). *Estándares Básicos de Competencias en Lenguaje, Matemáticas, Ciencias y Ciudadanas*. Obtenido de Colombia Aprende: [http://www.mineducacion.gov.co/1621/articles-116042\\_archivo\\_pdf2.pdf](http://www.mineducacion.gov.co/1621/articles-116042_archivo_pdf2.pdf)

Muñoz, M., y Ríos, C. (Octubre, 2008). *Nociones básicas sobre álgebra: Análisis de las dificultades presentadas por los estudiantes en los procesos de aprendizaje de los conceptos básicos sobre álgebra*. En Blanco, H. IX Encuentro Colombiano de Matemática Educativa. Colombia.

Pólya, G. (1965). *Cómo plantear y resolver problemas* (Versión en español de la obra How to solve it, publicada por Princeton University Press en 1945. 1a. ed.). México D.F., México: Trillas.

Pozo, J.I. y Postigo, Y. (1994) *La solución de problemas como contenido procedimental en la educación obligatoria*. En: J.I. Pozo (Ed.) *Solución de problemas*. Madrid: Santillana/Aula XXI.

Santos, L. M. (2007). *La Resolución de Problemas Matemáticos, Fundamentos Cognitivos (1 ed.)*. México D.F., México: Trillas, S.A. de C.V.

Schoenfeld, A. H. (1985). *Mathematical Problem Solving*. Nueva York, Estados Unidos: Academic Press.

Siegler, R. S. (1994) Cognitive variability: A key to understanding cognitive development. *Current Directions in Psychological Science*, 3, 1-5

Sinitsky, I. (2003). *Pre-algebra combinatorial problems and algorithms in Primary School Mathematics [Problemas de pre-álgebra combinatoria y algoritmos en la Escuela]*. En Mariotti, M. Third Conference of European Society for Research In Mathematics Education. Simposio llevado a cabo en la conferencia de European Research in Mathematics Education , Italia.

Socas, M. M. (1997). Dificultades, obstáculos y errores en el aprendizaje en las Matemáticas en la educación secundaria. En Rico, L. (Ed.), *La educación matemática en la enseñanza secundaria* (pp. 125- 152). Barcelona: Horsori.

Villalobos, X. (2008). Resolución de problemas matemáticos: un cambio epistemológico con resultados metodológicos. *Revista Electrónica Iberoamericana sobre Calidad, Eficiencia y Cambio en la Educación*, 6 (3), 36-58.

**ANEXOS****TEST- 1**

Nombre \_\_\_\_\_ Fecha: \_\_\_\_\_ Grado: Octavo  
Institución Educativa Presbítero Horacio Gómez Gallo

**Lee las siguientes situaciones y luego responde cada pregunta.**



**Escribe paso a paso lo que hiciste para resolver el problema.**

1. En el supermercado de Don José, se venden 32 paquetes de galletas en promoción, con 36 unidades dentro de cada paquete. Si cada galleta se vendió en \$ 460 ¿Cuánto dinero ingresó por la promoción de este día?
2. En un carro de valores se transportan cincuenta y nueve contenedores con oro del Banco de la República, el gerente del banco pone una nueva norma de seguridad que consiste en pesar cada contenedor para saber exactamente el oro que contiene. Si cada contenedor pesa mil trescientos kilos, y el oro pesa setecientos 15 kilos ¿cuántos kilos de oro transporta?
3. La compañía de telefonía celular Claro ofrece un servicio con una tarifa básica de \$90.000 al mes más \$20 por cada minuto; las fracciones de minuto no son cobradas. Escriba una expresión que indique el gasto de un cliente cualquiera. ¿Cuánto pagara Fernanda al finalizar el mes de febrero si hablo un total de 85 minutos?
4. En la finca “El refugio” don Manuel desea cercar un terreno rectangular con 3 corridas de alambre de púa. Si el ancho del terreno es de 24 metros y el largo es de 126 metros, ¿Cuál es la cantidad de alambre necesaria para cercar la finca?
5. Un camión de carga puede transportar doce mil quinientos kilos de Tomate. ¿Cuántos kilos de tomate transportará en catorce viajes?
6. El recorrido del autobús del colegio es de treinta y dos kilómetros. Si da cuatro viajes al día. ¿Cuántos kilómetros recorre cada día?

**Test-2****Problema**

<i>Situación 1</i>	<p>Cuatro hermanos se reúnen para repartirse \$250.000 que dejó su padre como herencia. El mayor renuncia a la herencia, por lo tanto, esta debe repartirse en los tres restantes, el mayor de los tres recibe doble que el mediano y este el cuádruple que el pequeño. ¿Cuánto recibe cada uno?</p>
<i>Situación 2</i>	<p>La hermana mayor de Federico tiene 43 años y Pedro 22.</p> <p>¿Cuántos años deben pasar para que la edad de la hermana de Federico sea el triple que la de Pedro?</p>
<i>Situación 3</i>	<p>En la finca de Doña Juana trabajan 160 jornaleros y todos deben realizarse el examen pre ocupacional para lo cual tienen plazo de 3 días. El día primero asiste la tercera parte de los jornaleros, el segundo día y el tercer día asisten la misma cantidad de trabajadores. Calcule el número de personas que asiste al examen cada día.</p>

## FORMATO DE CONSENTIMIENTO INFORMADO

### DOCUMENTO DE AUTORIZACIÓN DE USO DE IMAGEN SOBRE FOTOGRAFÍAS Y FIJACIONES AUDIOVISUALES (VIDEOS) PARA USO PÚBLICO

Atendiendo al ejercicio de la Patria Potestad, establecido en el Código Civil Colombiano en su artículo 288, el artículo 24 del Decreto 2820 de 1974 y la Ley de Infancia y Adolescencia, la docente Carmen Victoria Díaz González de la Institución Educativa Presbítero Horacio Gómez Gallo, solicita la autorización escrita del padre/madre de familia o acudiente del (la) estudiante \_\_\_\_\_, identificado(a) con tarjeta de identidad número \_\_\_\_\_, alumno de la Institución Educativa Presbítero Horacio Gómez Gallo, para que aparezca en fotografías, con fines pedagógicos que se realizarán en las instalaciones del colegio mencionado.

El propósito de las fotografías es evidenciar el desarrollo del trabajo de grado, Dificultades y Obstáculos en La Resolución de Problemas en un curso de Álgebra, Con estudiantes del grado 8° de la Institución Educativa Presbítero Horacio Gómez Gallo del Municipio De Jamundí. El cual será aportado a la Universidad tecnológica de Pereira.

Atendiendo a la normatividad vigente sobre consentimientos informados, y de forma consciente y voluntaria ☐ DOY (DAMOS) EL CONSENTIMIENTO ☐ NO DOY (DAMOS) EL CONSENTIMIENTO para la participación de mi (nuestro) hijo (a) en la toma de fotografías para el proyecto de investigación de la docente en las instalaciones de la Institución Educativa Presbítero Horacio Gómez Gallo.

\_\_\_\_\_  
Nombre del padre/madre de familia o acudiente

\_\_\_\_\_  
Cédula de ciudadanía

\_\_\_\_\_  
Nombre del estudiante

\_\_\_\_\_  
Tarjeta de Identidad

Fecha: \_\_\_\_ / \_\_\_\_ / \_\_\_\_



## Fotografías del proceso





## Rubrica aplicada para resolución del Test-2.

RUBRICA PARA EVALUAR LA RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS MATEMÁTICOS E				
INDICADOR	EVALUACIÓN DEL INDICADOR			
	SATISFACTORIO	ALTO	BUENO	BAJO
	100-85	75-65	50-35	25-10
<b>COMPRENSIÓN DEL PROBLEMA (DESCRIPCIÓN)</b>	Identifica y comprende con claridad los datos planteados en el problema y toma nota de las incógnitas a resolver. Demuestra total comprensión del problema.	Comprende y comprende parcialmente los datos planteados en el problema. Demuestra comprensión parcial del problema.	Identifica algunos datos planteados en el problema. Comprende algunos aspectos que ayudan a resolver el problema.	No identifica ni comprende los datos planteados en el problema. Demuestra poca comprensión del problema.
<b>PLANIFICACIÓN Y DISEÑO (DESCRIPCIÓN)</b>	Representa claramente el enunciado indicando correctamente los datos del problema. Los dibujos son claros y pueden servir para que el estudiante comprenda lo que está haciendo.	Representa parcialmente el enunciado indicando algunos de los datos del problema. Los dibujos son claros y fáciles de entender.	Realiza esquemas que no corresponden a lo que plantea el enunciado del problema.	No puede representar correctamente el enunciado. Los dibujos y diagramas no sirven para nada.
<b>ESTRATEGIA DE SOLUCIÓN (DESCRIPCIÓN)</b>	De acuerdo a la teoría identifica la fórmula aplicable y muestra total entendimiento de los conceptos involucrados. Siempre usa estrategias efectivas y eficientes para resolver los problemas.	Identifica parcialmente las fórmulas y aplica de acuerdo con la teoría y conceptos involucrados en la solución del problema. Usualmente, usa estrategias efectivas y eficientes para resolver los problemas.	Usa fórmulas para aplicar en la resolución del problema, pero las utiliza de manera inadecuada.	Muestra poca comprensión de las fórmulas y aplica a los conceptos involucrados. A veces usa estrategias efectivas y eficientes para resolver los problemas.
<b>SOLUCIÓN DEL PROBLEMA (SISTEMA DE CRITERIOS)</b>	Aplica algoritmos correctamente. Incluye todos los elementos pedidos en la solución del problema.	Aplica algoritmos correctamente, pero comete algunos errores aritméticos o algebraicos. Incluye la mayor parte de los elementos pedidos en la solución del problema.	Aplica algoritmos incorrectamente y no incluye todos los elementos pedidos para la solución del problema.	Aplica algoritmos de manera incorrecta, comete errores aritméticos y algebraicos. No responde a lo que se pide en la solución del problema.
<b>EXPLICACIÓN Y ANÁLISIS DEL RESULTADO</b>	Explica claramente y toma en cuenta todos los detalles el análisis del resultado se compara con la teoría y la hipótesis.	Explica claramente pero no toma en cuenta todos los detalles, considerando análisis parcial del resultado.	Explica de manera confusa y no relaciona los datos con la teoría.	No explica correctamente el resultado y no toma en cuenta todos los detalles.